

۱- حاصل هریک از عبارتهای زیر را با استفاده از اتحادها به دست آورید. (۱ نمره)

الف)  $(3x + 2y)^2 =$   
 ب)  $(x + 4)(x - 4) =$

« پاسخ »

$9x^2 + 12xy + 4y^2$   
 $x^2 - 16$

(الف)

(ب)

۲- با استفاده از اتحاد جای خالی را کامل کنید.

$(\dots + \sqrt{7})(\dots - \sqrt{7}) = \frac{1}{4}x^2 - \dots$

« پاسخ »

$(\frac{1}{2}x + \sqrt{7})(\frac{1}{2}x - \sqrt{7}) = \frac{1}{4}x^2 - 7$

$(2x + 3)(2x - 4) =$

۳- حاصل عبارت مقابل را با استفاده از اتحاد به دست آورید.

« پاسخ »

$4x^2 - 2x - 12$

۴- حاصل عبارتهای زیر را با استفاده از اتحادها به دست آورید. (۱/۲۵)

الف)  $(x + a)(x - a) =$   
 ب)  $(x + 2)(x + 5) =$

« پاسخ »

ب)  $x^2 + 7x + 10$

الف)  $x^2 - a^2$

۵- حاصل عبارتهای مقابل را با استفاده از اتحادها به دست آورید. (۱/۲۵)

الف)  $(x - 5y)(x + 5y) =$   
 ب)  $(2x + y)^2 =$

« پاسخ »

الف)  $(x - 5y)(x + 5y) = x^2 - 25y^2$

ب)  $(2x + y)^2 = 4x^2 + 4xy + y^2$

۶- عبارت زیر را ثابت کنید.

$$(a + b)^2 = (a - b)^2 + 4ab$$

« پاسخ »

این معادله را از هر دو طرف به توان می‌رسانیم.

$$(a + b)^2 = (a - b)^2 + 4ab$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2 + 4ab$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad \checkmark$$

۷- محاسبات زیر را اتحاد به دست آورید.

۱)  $51^2 =$

۲)  $(2/8)^2 =$

« پاسخ »

۱)  $51^2 = (50 + 1)^2 = 50^2 + 2(50)(1) + 1^2 = 2500 + 100 + 1 = 2601$

۲)  $(2/8)^2 = (3 - 0/2)^2 = 3^2 - 2(3)(0/2) + (0/2)^2 = 9 - 1/2 + 0/04 = 7/84$

۸- اگر  $a + b = 5$  و  $a^2 + b^2 = 17$  باشد حاصل  $ab$  و  $(a - b)^2$  را به دست آورید. (راهنمایی: طرفین عبارت  $a + b = 5$  را به توان ۲ برسانید.)

« پاسخ »

$$a + b = 5 \xrightarrow{\text{به توان ۲}} (a + b)^2 = 5^2 \Rightarrow \underline{a^2} + 2ab + \underline{b^2} = 25 \xrightarrow{a^2 + b^2 = 17}$$

$$17 + 2ab = 25 \Rightarrow 2ab = 25 - 17 = 8 \Rightarrow ab = \frac{8}{2} = 4$$

$$(a - b)^2 = \underline{a^2} - 2ab + \underline{b^2} = 17 - 2(\hat{4}) = 9$$

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &= 17 \\ ab &= 4 \end{aligned}$$

۹- عبارتهای زیر را تجزیه کنید.

$$۱) a^3 + 2a^2 + a =$$

$$۲) -18a^2 + 60ab - 50b^2 =$$

« پاسخ »

$$۱) a^3 + 2a^2 + a = a(a^2 + 2a + 1) = a(a+1)^2$$

ابتدا از  $a$  فاکتورگیری را انجام داده و سپس اتحاد مربع مجموع است.

$$۲) -18a^2 + 60ab - 50b^2 = -2(9a^2 - 30ab + 25b^2) = -2(3a - 5b)^2$$

$$۱۸ = ۲ \times ۳^۲, \quad ۶۰ = ۲^۲ \times ۳ \times ۵, \quad ۵۰ = ۲ \times ۵^۲ \quad (\text{م.م.ب}) = ۲$$

ابتدا از ۲- فاکتور گرفته و سپس از اتحاد مربع تفاضل حاصل را تجزیه می‌کنیم.

۱۰- کسرهای زیر را ساده کنید.

$$۱) \frac{12a + 16b}{27a + 36b} =$$

$$۲) \frac{6a - 3}{8a - 4} - \frac{7 - a}{21 - 3a} =$$

« پاسخ »

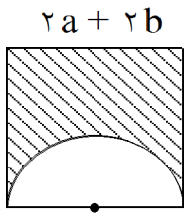
$$۱۲ = ۲^۲ \times ۳, \quad ۱۶ = ۲^۴ \quad (\text{م.م.ب}) = ۲^۲ = ۴$$

$$۲۷ = ۳^۳, \quad ۳۶ = ۳^۲ \times ۲^۲ \quad (\text{م.م.ب}) = ۳^۲ = ۹$$

$$۱) \frac{12a + 16b}{27a + 36b} = \frac{4(3a + 4b)}{9(3a + 4b)} = \frac{4}{9}$$

$$۲) \frac{6a - 3}{8a - 4} - \frac{7 - a}{21 - 3a} = \frac{3(2a - 1)}{4(2a - 1)} - \frac{(7 - a)}{3(7 - a)} = \frac{3 \times 3}{4 \times 3} - \frac{1 \times 4}{3 \times 4} = \frac{9 - 4}{12} = \frac{5}{12}$$

۱۱- مساحت قسمت رنگ شده را به دست آورید. ( $\pi \simeq 3$ )



« پاسخ »

$$S = (2a + 2b)^2 = (2a)^2 + 2(2a)(2b) + (2b)^2 = 4a^2 + 8ab + 4b^2$$

$$\text{شعاع} = \text{قطر} \div 2 = (2a + 2b) \div 2 = a + b$$

$$S_{\text{نیم دایره}} = \frac{1}{2}(a + b)^2 \pi = \frac{3}{2}(a^2 + 2ab + b^2) = \frac{3}{2}a^2 + 3ab + \frac{3}{2}b^2$$

$$S = S_{\text{مربع}} - S_{\text{نیم دایره}} = 4a^2 + 8ab + 4b^2 - \left( \frac{3}{2}a^2 + 3ab + \frac{3}{2}b^2 \right)$$

$$= 4a^2 + 8ab + 4b^2 - \frac{3}{2}a^2 - 3ab - \frac{3}{2}b^2 = \frac{5}{2}a^2 + 5ab + \frac{5}{2}b^2$$

۱۲- حاصل عبارتهای زیر را به سادهترین صورت بنویسید.

۱)  $(2a - 3b)^2 - (2a + 3b)^2 =$

۲)  $(\sqrt{2a} + \sqrt{3b})^2 + (\sqrt{2a} - \sqrt{3b})^2 =$

« پاسخ »

$$1) (2a - 3b)^2 - (2a + 3b)^2 = ((2a)^2 - 2(2a)(3b) + (3b)^2) - ((2a)^2 + 2(2a)(3b) + (3b)^2)$$

$$= 4a^2 - 12ab + 9b^2 - (4a^2 + 12ba + 9b^2) = \cancel{4a^2} - 12ab + \cancel{9b^2} - \cancel{4a^2} - 12ab - \cancel{9b^2}$$

$$= -24ab$$

$$2) (\sqrt{2a} + \sqrt{3b})^2 + (\sqrt{2a} - \sqrt{3b})^2 = (\sqrt{2a})^2 + 2(\sqrt{2a})(\sqrt{3b}) + (\sqrt{3b})^2$$

$$+ (\sqrt{2a})^2 - 2(\sqrt{2a})(\sqrt{3b}) + (\sqrt{3b})^2$$

$$= \cancel{2\sqrt{6}ab} + 2a^2 + \cancel{2\sqrt{6}ab} + 3b^2 = 4a^2 + 6b^2$$

۱۳- حاصل را به کمک اتحادها به دست آورید.

$$۱) \left( \sqrt{x^3} - \frac{1}{5}y^2 \right)^2 =$$

$$۲) \left( ۲\sqrt{۲a} + ۳\sqrt{۲b} \right)^2 =$$

$$۳) \left( ۲^۴ - ۲^۲ \right)^2 =$$

« پاسخ »

$$۱) \left( \sqrt{x^3} - \frac{1}{5}y^2 \right)^2 = \left( \sqrt{x^3} \right)^2 - ۲\left( \sqrt{x^3} \right)\left( \frac{1}{5}y^2 \right) + \left( -\frac{1}{5}y^2 \right)^2 = ۴x^۳ - \frac{۴}{5}x^{\frac{3}{2}}y^2 + \frac{1}{۲۵}y^4$$

$$۲) \left( ۲\sqrt{۲a} + ۳\sqrt{۲b} \right)^2 = \left( ۲\sqrt{۲a} \right)^2 + ۲\left( ۲\sqrt{۲a} \right)\left( ۳\sqrt{۲b} \right) + \left( ۳\sqrt{۲b} \right)^2 \\ = ۸a^۲ + ۲۴ab + ۱۸b^۲$$

$$۳) \left( ۲^۴ - ۲^۲ \right)^2 = \left( ۲^۴ \right)^2 - ۲\left( ۲^۴ \right)\left( ۲^۲ \right) + \left( ۲^۲ \right)^2 = ۲^۸ - ۲^۷ + ۲^۴ = ۲۵۶ - ۱۲۸ + ۱۶ = ۱۴۴$$

۱۴- حاصل را به کمک اتحادها به دست آورید.

$$۱) \left( ۳a + ۵b \right)^2 =$$

$$۲) \left( \frac{1}{۲}x - \frac{1}{۳}y \right)^2 =$$

« پاسخ »

$$۱) \left( ۳a + ۵b \right)^2 = \left( ۳a \right)^2 + ۲\left( ۳a \right)\left( ۵b \right) + \left( ۵b \right)^2 = ۹a^۲ + ۳۰ab + ۲۵b^۲$$

$$۲) \left( \frac{1}{۲}x - \frac{1}{۳}y \right)^2 = \left( \frac{1}{۲}x \right)^2 - ۲\left( \frac{1}{۲}x \right)\left( \frac{1}{۳}y \right) + \left( -\frac{1}{۳}y \right)^2 = \frac{1}{۴}x^۲ - \frac{1}{۳}xy + \frac{1}{۹}y^۲$$

۱۵- با استفاده از اتحادها حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$\left( ۲a + ۴ \right)^2$$

« پاسخ »

$$\left( ۲a + ۴ \right)^2 = \left( ۲a \right)^2 + ۲\left( ۲a \right)\left( ۴ \right) + ۴^2 = ۴a^۲ + ۱۶a + ۱۶$$

$$25a^2x^2 - \dots + b^2$$

۱۶- در عبارت مقابل به جای ... عبارتی قرار دهید که عبارت مربع کامل شود.

« پاسخ »

اگر حاصل را به صورت  $(5ax - b)^2$  در نظر بگیریم در جای خالی باید عبارت  $2(5ax)(b) = 10abx$  قرار دهیم.  
 $= (5ax)^2 - 10abx + (b)^2 = (5ax - b)^2$

$$(2b - \dots)^2 = \dots - 20b + \dots$$

۱۷- در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید:

« پاسخ »

$$(2b - A)^2 = \dots - 20b + \dots$$

جای خالی داخل پرانتز را A می‌نامیم.

$$\Rightarrow 2(2b)(A) = 20b \Rightarrow 4bA = 20b \Rightarrow A = 5 \Rightarrow (2b - 5)^2 = 4b^2 - 20b + 25$$

$$(3x - \dots)^2 = 9x^2 - 6x + \dots$$

۱۸- در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید:

« پاسخ »

$$(3x - A)^2 = 9x^2 - 6x + \dots$$

اگر جای خالی داخل پرانتز را A بنامیم:

$$2(3x)(A) = 6x \Rightarrow A = 1 \Rightarrow (3x - 1)^2 = 9x^2 - 6x + 1$$

$$4(x^2 + 3)^2 - 2(x - 3)^2$$

۱۹- با استفاده از اتحادها، عبارت مقابل را ساده کنید:

« پاسخ »

$$= 4(x^4 + 6x^2 + 9) - 2(x^2 - 6x + 9) = 4x^4 + 24x^2 + 36 - 2x^2 + 12x - 18$$

$$= 4x^4 + 22x^2 + 12x + 18$$

$$(1 + 4abc)^2$$

۲۰- حاصل عبارت مقابل را، به کمک اتحادها، بنویسید:

« پاسخ »

$$(1 + 4abc)^2 = 1 + 2(4abc) + (4abc)^2 = 1 + 8abc + 16a^2b^2c^2$$

$$\left(\frac{5}{6}a^2 + \frac{2}{5}a\right)^2$$

۲۱- حاصل عبارت مقابل را، به کمک اتحادها، بنویسید:

« پاسخ »

$$\left(\frac{5}{6}a^2 + \frac{2}{5}a\right)^2 = \left(\frac{5}{6}a^2\right)^2 + 2\left(\frac{5}{6}a^2\right)\left(\frac{2}{5}a\right) + \left(\frac{2}{5}a\right)^2 = \frac{25}{36}a^4 + \frac{2}{3}a^3 + \frac{4}{25}a^2$$

$$y(2y^2 - 1)^2 - y^2(y + 1)^2$$

۲۲- حاصل عبارت مقابل را پیدا کنید:

« پاسخ »

$$y(4y^4 - 4y^2 + 1) - y^2(y^2 + 2y + 1) = 4y^5 - 4y^3 + y - y^4 - 2y^3 - y^2 = 4y^5 - y^4 - 6y^3 - y^2 + y$$

۲۳- ابتدا حاصل عبارت زیر را تعیین کنید و سپس آن را بر حسب توان‌های نزولی X مرتب کنید.

$$(-5x^2 - 6x) - (4x + 5x^2)$$

« پاسخ »

$$(-5x^2 - 6x) - (4x + 5x^2) = -5x^2 - 6x - 4x - 5x^2 = (-5x^2 - 5x^2) + (-6x - 4x) = -10x^2 - 10x$$

$$(1 - x)(1 + x)(1 + x^2)(1 + x^4)(1 + x^8) = (1 - x^{16})$$

۲۴- اتحاد زیر را ثابت کنید:

« پاسخ »

از اتحادهای مزدوج به صورت متوالی استفاده می‌کنیم.

$$\text{سمت چپ} = (1 - x)(1 + x)(1 + x^2)(1 + x^4)(1 + x^8)$$

$$= (1 - x^2)(1 + x^2)(1 + x^4)(1 + x^8)$$

$$= (1 - x^4)(1 + x^4)(1 + x^8) = (1 - x^8)(1 + x^8) = 1 - x^{16} = \text{سمت راست}$$

بنابراین اتحاد برقرار می‌باشد.

$$(2x - \dots)^2 = \dots - 12x + \dots$$

۲۵- در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید.

« پاسخ »

$$(2x - 3)^2 = 4x^2 - 12x + 9$$

$$(\dots + 1)^2 = x^2 + 1 + \dots$$

۲۶- در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید.

« پاسخ »

$$(x + 1)^2 = x^2 + 1 + 2x$$

$$(x + y)^2 - (x - y)^2$$

۲۷- عبارت مقابل را ساده کنید.

« پاسخ »

$$\begin{aligned} (x + y)^2 - (x - y)^2 &= x^2 + 2xy + y^2 - (x^2 - 2xy + y^2) \\ &= \cancel{x^2} + 2xy + \cancel{y^2} - \cancel{x^2} + 2xy - \cancel{y^2} = 4xy \end{aligned}$$

$$\left(8x - \frac{1}{3}\right)^2$$

۲۸- حاصل عبارت مقابل را با استفاده از اتحادها بنویسید:

« پاسخ »

$$\begin{aligned} \left(8x - \frac{1}{3}\right)^2 &= (8x)^2 - 2(8x)\left(\frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3}\right)^2 \\ &= 64x^2 - \frac{16}{3}x + \frac{1}{9} \end{aligned}$$

$$(3a^2 - a)^2$$

۲۹- حاصل عبارت مقابل را با استفاده از اتحادها بنویسید:

« پاسخ »

$$\begin{aligned} (3a^2 - a)^2 &= (3a^2)^2 - 2(3a^2)(a) + a^2 \\ &= 9a^4 - 6a^3 + a^2 \end{aligned}$$

$$(y - 3)^2 - 4y^2$$

۳۰- حاصل عبارت مقابل را پیدا کنید.

« پاسخ »

$$\begin{aligned} (y - 3)^2 - 4y^2 &= (y - 3)(y - 3) - 4y^2 = y(y - 3) - 3(y - 3) - 4y^2 \\ &= y^2 - 3y - 3y + 9 - 4y^2 = -3y^2 - 6y + 9 \end{aligned}$$



۳۱- با کمک اتحاد مزدوج مقدار عبارت‌های زیر را به دست آورید.

۱)  $96 \times 104 =$   
 ۲)  $320 \times 280 =$

« پاسخ »

۱)  $96 \times 104 = (100 - 4)(100 + 4) = 100^2 - 4^2 = 10000 - 16 = 9984$

۲)  $320 \times 280 = (300 + 20)(300 - 20) = 300^2 - 20^2 = 90000 - 400 = 89600$

۳۲- عبارت‌های زیر را تجزیه کنید.

۱)  $-4x^6 + 9x^2y^4 =$

۲)  $-\frac{1}{9}y^{10} + \frac{4}{49}x^6 =$

« پاسخ »

۱)  $-4x^6 + 9x^2y^4 = 9x^2y^4 - 4x^6 = x^2(9y^4 - 4x^4) = x^2(3y^2 - 2x^2)(3y^2 + 2x^2)$

۲)  $-\frac{1}{9}y^{10} + \frac{4}{49}x^6 = \frac{4}{49}x^6 - \frac{1}{9}y^{10} = \left(\frac{2}{7}x^3 - \frac{1}{3}y^5\right)\left(\frac{2}{7}x^3 + \frac{1}{3}y^5\right)$

۳۳- عبارت‌های زیر را تجزیه کنید.

۱)  $(a + b)^2 - c^2 =$

۲)  $(4x + y)^2 - 25 =$

« پاسخ »

۱)  $(a + b)^2 - c^2 = (a + b - c)(a + b + c)$

۲)  $(4x + y)^2 - 25 = (4x + y - 5)(4x + y + 5)$

۳۴- عبارتهای زیر را تجزیه کرده و سپس ساده کنید.

$$۱) \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 1} =$$

$$۲) \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 16} =$$

« پاسخ »

$$۱) \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 1} = \frac{(x-2)(x+1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{x-2}{x-1}$$

$$۲) \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 16} = \frac{(x-4)(x-1)}{(x-4)(x+4)} = \frac{x-1}{x+4}$$

۳۵- عبارتهای زیر را تجزیه کنید و ساده کنید.

$$۱) \frac{x^2 - 81}{x^2 - 11x + 18} =$$

$$۲) x^2 + 8x + 15 =$$

« پاسخ »

$$۱) \frac{x^2 - 81}{x^2 - 11x + 18} = \frac{(x-9)(x+9)}{(x-2)(x-9)} = \frac{x+9}{x-2}$$

$$۲) x^2 + 8x + 15 = (x+3)(x+5)$$

۳۶- با استفاده از اتحادها، حاصل  $(a^2 + 5)(a - 1)(a + 1)$  را به دست آورید.

« پاسخ »

$$(a + 1)(a - 1)(a^2 + 5) = (a^2 - 1)(a^2 + 5) \quad \text{اتحاد مزدوج}$$

$$= (a^2)^2 + (-1 + 5)a^2 + (-1)(5) \quad \text{اتحاد جمله مشترک}$$

$$= a^4 + 4a^2 - 5$$

۳۷- حاصل عبارت‌های زیر را به کمک اتحادها به دست آورید.

$$(2x - 3)(2x + 5)$$

« پاسخ »

$$(2x - 3)(2x + 5) = (2x)^2 + (-3 + 5)(2x) + (-3)(5) = 4x^2 + 4x - 15$$

۳۸- با استفاده از اتحادها در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید.

$$(\dots + 5)^2 = x^2 + \dots + 25$$

« پاسخ »

$$(x + 5)^2 = x^2 + 10x + 25$$

۳۹- حاصل عبارت‌های زیر را به کمک اتحادها بدست آورید.

$$\text{الف- } (1 - a)(1 + a + a^2) \quad \text{ب- } (2a + 3b)^2 - (2a - 3b)^2$$

« پاسخ »

اتحاد تفاضل مکعبات (چاق و لاغر)  $(1 - a)(1 + a + a^2) = 1 - a^3$  الف

روش اول: استفاده از نتایج اتحادهای اول و دوم  $(2a + 3b)^2 - (2a - 3b)^2 = 4 \times 2a \times 3b = 24ab$   
روش دوم: استفاده از اتحاد مزدوج

$$(2a + 3b)^2 - (2a - 3b)^2 = (2a + 3b + 2a - 3b)(2a + 3b - 2a + 3b) = 4a \times 6b = 24ab$$

۴۰- حاصل را به کمک اتحادها بدست آورید.

الف)  $195 \times 205 = ?$

ب)  $1050^2 - 950^2 = ?$

« پاسخ »

الف)  $195 \times 205 = (200 - 5)(200 + 5) = 200^2 - 5^2 = 40000 - 25 = 39975$

ب)  $1050^2 - 950^2 = (1050 + 950)(1050 - 950) = (2000)(100) = 200000$

۴۱- حاصل را به کمک اتحادها بدست آورید.

الف)  $۱۰۰۱^۳ = ?$

ب)  $۲۵۵^۲ - ۲۴۵^۲ = ?$

ج)  $۹۷ \times ۱۰۳ = ?$

« پاسخ »

الف)  $۱۰۰۱^۳ = (۱۰۰۰ + ۱)^۳ = ۱۰۰۰^۳ + ۳ \times ۱۰۰۰^۲ + ۳ \times ۱۰۰۰ + ۱ = ۱۰۰۳۰۰۳۰۰۱$

ب)  $۲۵۵^۲ - ۲۴۵^۲ = (۲۵۵ + ۲۴۵)(۲۵۵ - ۲۴۵) = ۵۰۰ \times ۱۰ = ۵۰۰۰$

ج)  $۹۷ \times ۱۰۳ = (۱۰۰ - ۳)(۱۰۰ + ۳) = ۱۰۰^۲ - ۳^۲ = ۱۰۰۰۰ - ۹ = ۹۹۹۱$