

۱- تقسیم کنید. (۱ نمره)

$$2x^3 + 15x^2 + 28x \Big| x^2 + 4x$$

» پاسخ «

$$\begin{array}{r} \cancel{2x^3} + 15x^2 + 28x \\ - \cancel{2x^3} + 8x^2 \\ \hline \cancel{7x^2} + 28x \\ - \cancel{7x^2} + 28x \\ \hline . \end{array}$$

۲- حاصل عبارت زیر را به ساده‌ترین صورت بنویسید. (۱/۵ نمره)

$$\frac{1-a^4}{a^2+1} \times \frac{a-2}{a^2-a-2} =$$

» پاسخ «

$$\frac{(1-a^2)(1+a^2)}{a^2+1} \times \frac{a-2}{(a+1)(a-2)} = \frac{\cancel{(1+a)(1-a)} \cancel{(1+a^2)}}{\cancel{(1+a^2)}} \times \frac{\cancel{(a-2)}}{\cancel{(a+1)(a-2)}} = 1-a$$

۳- تقسیم زیر را انجام دهید. (۱/۵ نمره)

$$x^3 - 8x^2 + 2 \Big| x - 1$$

» پاسخ «

$$\begin{array}{r} \cancel{x^3} - 8x^2 + 2 \\ - \cancel{x^3} - x^2 \\ \hline \cancel{x^2} - 8x^2 + 2 \\ - \cancel{x^2} - x \\ \hline - \cancel{8x^2} + 2 \\ - \cancel{8x^2} + 2 \\ \hline - 5 \end{array}$$

۴- حاصل عبارت مقابل را به ساده‌ترین صورت بنویسید. (۱ نمره)

$$\frac{x^2}{x-y} + \frac{y^2}{y-x} =$$

« پاسخ »

$$\frac{x^2 - y^2}{x-y} = \frac{(x+y)(x-y)}{x-y} = x+y$$

۵- الف) عبارت زیر به ازای چه مقداری از  $m$  تعریف نشده است؟ (۱/۵)

$$\frac{3m+2}{m-3}$$

ب) عبارت‌های زیر را به ساده‌ترین صورت بنویسید.

$$(الف) \frac{3xy + y^2}{6x + 2y} =$$

$$(ب) \frac{35x^2}{\sqrt{xy}} \div \frac{4x}{2y^2} =$$

« پاسخ »

(الف)

$$m - 3 = 0 \rightarrow m = 3$$

(ب)

$$(الف) \frac{3xy + y^2}{6x + 2y} = \frac{y(3x + y)}{2(3x + y)} = \frac{y}{2}$$

$$(ب) \frac{35x^2}{\sqrt{xy}} \div \frac{4x}{2y^2} = \frac{35x^2}{\sqrt{xy}} \times \frac{y^2}{x} = \frac{35x^2 y^2}{x \sqrt{xy}} = \frac{35xy}{2}$$

۶- حاصل عبارت گویا را به ساده‌ترین صورت بنویسید. (مخرج تمام کسرها مخالف صفر می‌باشد).

$$\frac{2x+7}{x-2} + \frac{2x-3}{2-x} =$$

« پاسخ »

$$\frac{2x+7}{x-2} + \frac{2x-3}{2-x} = \frac{2x+7}{x-2} - \frac{2x-3}{x-2} = \frac{2x+7-2x+3}{x-2} = \frac{10}{x-2}$$

نوشتن مخرج مشترک مناسب و جمع صحیح کسرها ۰/۲۵ نمره  
ساده کردن و پاسخ نهایی ۰/۲۵ نمره

۷- حاصل عبارت گویا را به ساده‌ترین صورت بنویسید. (مخرج تمام کسرها مخالف صفر می‌باشد).

$$\frac{a+5}{2a} \times \frac{a^2}{a^2 - 25} =$$

» پاسخ «

$$\frac{a+5}{2a} \times \frac{a^2}{a^2 - 25} = \frac{a+5}{2a} \times \frac{a^2}{(a+5)(a-5)} = \frac{a}{2(a-5)}$$

ساده کردن و پاسخ صحیح ۵/۰ نمره

تجزیه صحیح مخرج ۲۵/۰ نمره

۸- اگر مساحت مستطیلی  $25 - x^2$  باشد، عرض مستطیل را بر حسب  $x$  به دست آورید.

» پاسخ «

$$(x-5)(x+5) \times \frac{(x+4)}{(x-5)(x+4)} = (x+5)$$

۹- عبارت مقابل به ازای چه مقداری از  $x$  تعریف نشده است؟

$$\frac{8x-9}{x-7}$$

» پاسخ «

$$x-7 = 0 \rightarrow x=7$$

۱۰- تقسیم زیر را انجام دهید. ①

$$\begin{array}{r} 3x + x^2 + 4 \\ \hline x + 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^2 + 3x + 4 \\ \hline x + 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x + 2 \\ \hline 2 \end{array}$$

۱۱- حاصل عبارت زیر را به دست آورید. (۰/۷۵)

$$\frac{x}{x-y} - 1 =$$

**پاسخ »**

$$\frac{x-x+y}{x-y} = \frac{y}{x-y}$$

۱۲- کسر زیر را گویا کنید. (۰/۵)

$$\frac{5}{\sqrt[3]{z^2}} =$$

**پاسخ »**

$$\frac{5}{\sqrt[3]{z^2}} \times \frac{\sqrt[3]{z}}{\sqrt[3]{z}} = \frac{5\sqrt[3]{z}}{z}$$

۱۳- حاصل عبارت مقابل را به ساده‌ترین شکل ممکن بنویسید. (مخرج مخالف صفر فرض شده) (۱)

$$\frac{(x+2)}{(x^2+5x+6)} \times \frac{(x+3)}{(x+4)} =$$

**پاسخ »**

$$\frac{(x+2)}{(x^2+5x+6)} \times \frac{(x+3)}{(x+4)} = \frac{(x+2)(x+3)}{(x+2)(x+3)(x+4)} = \frac{1}{(x+4)}$$

$$\text{یا } \frac{(x^2+5x+6)}{(x^2+5x+6)(x+4)} = \frac{1}{(x+4)}$$

۱۴- تقسیم مقابله انجام دهید و باقی مانده را مشخص کنید. ①

$$6x^2 + 7x - 24 \quad | \quad 2x - 3$$

«پاسخ»

$$\begin{array}{r} 6x^2 + 7x - 24 \\ -6x^2 \pm 9x \quad 2x + 8 \\ \hline 16x - 24 \\ +16x \pm 24 \\ \hline \end{array} \quad | \quad 2x - 3$$

$$(5x^3 + 4x^2 + x - 1) \div (x - 1)$$

۱۵- خارج قسمت و باقی مانده تقسیم زیر را به دست آورید.

«پاسخ»

$$\begin{array}{r} 5x^3 + 4x^2 + x - 1 \\ -5x^3 + 5x^2 \\ \hline 9x^2 + x - 1 \\ -9x^2 + 9x \\ \hline 10x - 1 \\ -10x + 10 \\ \hline 0/5 \end{array} \quad | \quad \begin{array}{c} x - 1 \\ \hline 5x^2 + 9x + 10 \\ ① \end{array}$$

۱۶- حاصل عبارت زیر را ساده کنید.

$$\frac{3x^2 - 9x}{x^2 - 5x + 6} \times \frac{x^2 - 4}{15x}$$

«پاسخ»

$$\frac{3x^2 - 9x}{x^2 - 5x + 6} \times \frac{x^2 - 4}{15x} = \frac{3x(x-3)}{(x-2)(x-3)} \times \frac{(x-2)(x+2)}{15x^2} = \frac{x+2}{5x}$$

(0/5)

(0/25)

(0/25)

۱۷- خارج قسمت و باقیمانده تقسیم زیر را به دست آورید.

$$(6x^2 - x + 3) \div (2x - 1)$$

**پاسخ**

$$\begin{array}{r} 6x^2 - x + 3 \\ -6x^2 + 3x \\ \hline 2x + 3 \\ -2x + 1 \\ \hline 4 \end{array} \quad \left| \begin{array}{c} 2x - 1 \\ 3x + 1 \\ \textcircled{0/5} \\ \textcircled{1/25} \end{array} \right.$$

۱۸- خارج قسمت و باقیمانده تقسیم را به دست آورید.

$$(3x^2 - 2x + 1) \div (x - 1)$$

**پاسخ**

$$3x^2 - 2x + 1 \quad \left| \begin{array}{c} x - 1 \\ 3x + 1 \\ \textcircled{0/75} \end{array} \right.$$

$$\frac{-3x^2 + 3x}{x + 1}$$

$$\frac{-x + 1}{2}$$

**۰/۵**

۱۹- تقسیم زیر را به دست آورید.

$$x^3 + x^2 - 2 \quad | \quad x - 2$$

## » پاسخ «

ابتدا مرتب می‌کنیم.

$$\begin{array}{r} x^3 + x^2 - 2 \\ + x^2 + 2x^2 \\ \hline 3x^2 - 2 \\ + 6x^2 + 6x \\ \hline 6x^2 - 2 \\ + 6x^2 + 12 \\ \hline + 10 \end{array}$$

$$\left| \begin{array}{l} \frac{x^3}{x} = \overbrace{x^2(x-2)}^{x^3-2x^2} = x^3 - 2x^2 \\ \frac{3x^2}{x} = \overbrace{3x(x-2)}^{3x^2-6x} = 3x^2 - 6x \\ \frac{6x}{x} = 6(x-2) = 6x - 12 \end{array} \right.$$

۲۰- حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$\frac{a+a+a}{a \times a \times a} = \frac{b+b+b}{b \times b \times b}$$

## » پاسخ «

$$\frac{a+a+a}{b+b+b} = \left( \frac{\frac{3a}{3}}{\frac{3b}{3}} = \frac{a}{b} \right)^2 = \frac{b^2}{a^2} = \left( \frac{b}{a} \right)^2$$

۲۱- حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$(2a^3b^3c - 30a^2b^2c^3 + 18ab^4c^2) \div (-6ab^2c)$$

« پاسخ »

$$(2a^3b^3c - 30a^2b^2c^3 + 18ab^4c^2) \div (-6ab^2c) = \frac{2a^3b^3c - 30a^2b^2c^3 + 18ab^4c^2}{-6ab^2c}$$

$$= \frac{\cancel{2}a^3\cancel{b}^3\cancel{c}}{\cancel{-6}ab^2\cancel{c}} - \frac{\cancel{3}0a^2\cancel{b}^2\cancel{c}^3}{\cancel{-6}ab^2\cancel{c}} + \frac{\cancel{1}8ab^4\cancel{c}^2}{\cancel{-6}ab^2\cancel{c}} = \frac{-a^2b}{3} + 5ac^2 - 3b^2c$$

۲۲- اگر  $x + \frac{1}{x} = 3$  باشد حاصل عبارت  $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x}$  را به دست آورید.

« پاسخ »

$$\begin{aligned} x + \frac{1}{x} = 3 &\xrightarrow[\text{می رسانیم}]{\text{طرفین را به توان ۲}} \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 \Rightarrow x^2 + 2 \times \left(\frac{1}{x}\right) + \frac{1}{x^2} = 9 \\ \Rightarrow x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = 9 &\Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 9 - 2 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 7 \end{aligned}$$

۲۳- مساحت مستطیلی  $\frac{x^2 + 7x + 12}{x - 3}$  شده است. اگر عرض آن باشد طول آن را بنویسید.

« پاسخ »

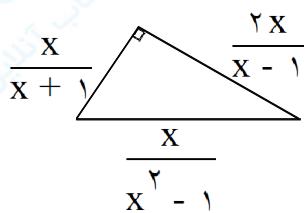
$$\begin{aligned} S &= ab \Rightarrow \frac{x^2 + 7x + 12}{x - 3} \div \frac{x + 4}{x^2 - 9} = \frac{(x + 3)(x + 4)}{x - 3} \div \frac{x + 4}{(x - 3)(x + 3)} \\ \text{مستطیل} &= \frac{(x + 3)(x + 4)}{x - 3} \times \frac{(x - 3)(x + 3)}{(x + 4)} = (x + 3)^2 \end{aligned}$$

۲۴- اگر  $\frac{ax^2 + ax}{6x} \div \frac{x^2 - 2x - 3}{2x - 6} = 3$  باشد مقدار a را به دست آورید.

»**پاسخ**«

$$\begin{aligned} \frac{ax^2 + ax}{6x} \div \frac{x^2 - 2x - 3}{2x - 6} = 3 &\Rightarrow \frac{ax(x+1)}{6x} \div \frac{(x-3)(x+1)}{2(x-3)} = 3 \\ \Rightarrow \frac{ax(x+1)}{6x} \times \frac{2(x-3)}{(x-3)(x+1)} = 3 &\Rightarrow \textcircled{a} \textcircled{3} \textcircled{1} \textcircled{1} \Rightarrow a = 9 \end{aligned}$$

۲۵- محیط و مساحت شکل زیر را به دست آورید.



»**پاسخ**«

$$P = \frac{x(x-1)}{x+1(x-1)} + \frac{2x(x+1)}{x-1(x+1)} + \frac{x}{x^2-1} = \frac{\cancel{x^2} - \cancel{x} + \cancel{2x^2} + 2x + \cancel{x}}{(x-1)(x+1)} = \frac{3x^2 + 2x}{(x-1)(x+1)}$$

مثلث

$$S = \frac{1}{2}ah = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{x}{x-1}\right) \cdot \left(\frac{x}{x+1}\right) = \frac{x^2}{(x-1)(x+1)}$$

مثلث

۲۶- حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$\frac{b}{a+b} + \frac{a}{a-b} = \frac{a}{a+b} + \frac{b}{a-b}$$

**پاسخ »**

$$\frac{b}{a+b} + \frac{a}{a-b} = \frac{\cancel{b}(a-b) + \cancel{a}(a+b)}{(a+b)(a-b)} = \frac{ab - b^2 + a^2 + ab}{(a-b)(a+b)} = \frac{2ab + a^2 - b^2}{(a-b)(a+b)}$$

$$\frac{a}{a+b} + \frac{b}{a-b} = \frac{\cancel{a}(a-b) + \cancel{b}(a+b)}{(a+b)(a-b)} = \frac{a^2 - ab + ab + b^2}{(a-b)(a+b)} = \frac{a^2 + b^2}{(a-b)(a+b)}$$

$$\text{کسر اصلی} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{a^2 - b^2 + 2ab}{(a+b)(a-b)} = \frac{(a^2 - b^2 + 2ab)(a-b)(a+b)}{(a+b)(a-b)(a^2 + b^2)} = \frac{a^2 - b^2 + 2ab}{a^2 + b^2} \\ \frac{a^2 + b^2}{(a+b)(a-b)} \end{array} \right.$$

۲۷- عبارت گویایی بیابیند که اگر با  $\frac{1}{1-a}$  جمع شود حاصل آن برابر  $\frac{a^2}{1-a}$  شود.

**پاسخ »**

به دلیل جمع شدن یک عبارت با عبارت  $\frac{1}{1-a}$ ، و حاصل  $\frac{a^2}{1-a}$ ، باید از عمل تفریق استفاده کنیم.

$$\frac{1}{1-a} - \frac{a^2}{1-a} = \frac{1-a^2}{1-a} = \frac{\cancel{(1-a)}(1+a)}{\cancel{1-a}} = 1+a$$

۲۸- حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$\frac{2}{x^2+x-6} - \frac{1}{x^2-3x+2} =$$

**پاسخ »**

$$\begin{aligned} \frac{2}{x^2+x-6} - \frac{1}{x^2-3x+2} &= \frac{2(x-1)}{(x+3)(x-2)(x-1)} - \frac{1(x+3)}{(x-1)(x-2)(x+3)} \\ &= \frac{2x-2-x-3}{(x-1)(x-2)(x+3)} = \frac{x-5}{(x-1)(x-2)(x+3)} \end{aligned}$$

۲۹- حاصل تقسیم‌های زیر را به دست آورید.

(الف)  $\frac{2a - 4b}{(a+b)^2} \div \frac{6b - 3a}{3b + 3a} =$

(ب)  $\frac{a^2 - 9}{a^2 + 5a + 12} \div \frac{a^2 + 8a + 16}{2a + 8} =$

**پاسخ »**

(الف)  $\frac{2a - 4b}{(a+b)^2} \div \frac{6b - 3a}{3b + 3a} = \frac{2(a - 2b)}{(a+b)^2} \div \frac{-3(-2b+a)}{3(b+a)} = \frac{2(a-2b)}{(a+b)^2} \times \frac{3(b+a)}{-(a-2b)} = \frac{2}{-(a+b)}$

(ب)  $\frac{a^2 - 9}{a^2 + 5a + 12} \div \frac{a^2 + 8a + 16}{2a + 8} = \frac{(a-3)(a+3)}{(a+3)(a+4)} \div \frac{(a+4)}{2(a+4)}$   
 $= \frac{\cancel{(a-3)(a+3)}}{\cancel{(a+3)(a+4)}} \times \frac{\cancel{2(a+4)}}{(a+4)^2} = \frac{2(a-3)}{(a+4)^2}$

۳۰- تساوی‌های زیر را کامل کنید.

(الف)  $\frac{x}{x+y} = \frac{\square}{3(x+y)}$

(ب)  $\frac{x+4}{x-1} = \frac{x^2 + 4x}{\square}$

(ج)  $\frac{x+2}{x^2 + 4x + 4} = \frac{x^2 - 4}{\square}$

**پاسخ »**

(الف)  $\frac{x \times 3}{(x+y) \times 3} = \frac{3x}{3(x+y)}$

(ب)  $\frac{(x+4)}{(x-1)} = \underbrace{\frac{x^2 + 4x}{\square}}_{\times x} = \frac{x(x+4)}{x^2 - x}$

(ج)  $\frac{x+2}{x^2 + 4x + 4} = \frac{x^2 - 4}{\square} \Rightarrow \frac{(x+2)(x-2)}{(x+2)^2(x-2)} = \frac{(x-2)(x+2)}{(x+2)^2(x-2)}$

۳۱- در عبارت‌های زیر به‌ازای چه مقادیری تعریف نشده هستند؟

$$(الف) \frac{x}{x-1} \quad (ب) \frac{x^5 + \sqrt{2}}{4x^2 - 36} \quad (ج) \frac{x}{x^2 + 1}$$

## » پاسخ »

خرج نباید صفر باشد پس مساوی صفر قرار داده و جواب‌ها قابل قبول نخواهد بود.

$$x - 1 = 0$$

$$x = 1$$

$$4x^2 - 36 = 0$$

$$4x^2 = 36$$

$$x^2 = \frac{36}{4} = 9$$

$$x = \pm 3$$

$$x^2 + 1 = 0$$

$$x^2 = -1 \quad \text{جواب ندارد}$$

پس هیچ عددی نیست که این عبارت را تعریف نشده کند.

$$\frac{3\sqrt{x}}{2 - \sqrt{x}} + 3$$

۳۲- حاصل عبارت را به‌دست آورده و خرج کسر را گویا کنید:

## » پاسخ »

$$\begin{aligned} \frac{3\sqrt{x}}{2 - \sqrt{x}} + 3 &= \frac{3\sqrt{x} + 3(2 - \sqrt{x})}{2 - \sqrt{x}} = \frac{3\sqrt{x} + 6 - 3\sqrt{x}}{2 - \sqrt{x}} = \frac{6}{2 - \sqrt{x}} \\ \xrightarrow{\text{گویا کردن}} \frac{6}{2 - \sqrt{x}} \times \frac{2 + \sqrt{x}}{2 + \sqrt{x}} &= \frac{6(2 + \sqrt{x})}{2^2 - (\sqrt{x})^2} = \frac{12 + 6\sqrt{x}}{4 - x} \end{aligned}$$

۳۳- قرینهٔ معکوس عبارت  $\frac{3}{x-1} + 3$  را به‌دست آورید.

## » پاسخ »

$$\frac{3}{x-1} + 3 = \frac{3(x-1) + 3}{x-1} = \frac{3x - 3 + 3}{x-1} \xrightarrow[\text{معکوس}]{\text{قرینه و}} -\frac{x-1}{3x} = \frac{1-x}{3x}$$

۳۴- حاصل را به دست آورید.

$$A = \frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}}$$

« پاسخ »

خرج هر یک از کسرها را گویا می‌کنیم:

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{1+\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}-1} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}} \times \frac{\sqrt{100}-\sqrt{99}}{\sqrt{100}-\sqrt{99}} \\ &\Rightarrow A = \frac{\sqrt{2}-1}{2-1} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{3-2} + \frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{4-3} + \dots + \frac{\sqrt{100}-\sqrt{99}}{100-99} \\ &\Rightarrow A = \cancel{\sqrt{2}-1} + \cancel{\sqrt{3}-\sqrt{2}} + \cancel{\sqrt{4}-\sqrt{3}} + \dots + \cancel{\sqrt{100}-\sqrt{99}} \\ &\Rightarrow A = -1 + \sqrt{100} = -1 + 10 = 9 \end{aligned}$$

۳۵- مقدار  $k$  را چنان تعیین کنید که باقی‌مانده‌ی  $x^3 - 2x^2 - x + k$  بر  $1 - x^2$  برابر ۵ باشد. (تقسیم را انجام دهید)

« پاسخ »

$$\begin{array}{r} x^3 - 2x^2 - x + k \\ x^3 - x^2 \\ \hline -x^2 - x + k \\ -x^2 + x \\ \hline -2x + k \\ -2x + 2 \\ \hline k - 2 \end{array} \quad \left| \begin{array}{c} x - 1 \\ \hline x^2 - x - 2 \end{array} \right.$$

باقی مانده  $\rightarrow k - 2 = 5 \Rightarrow k = 7$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{\sqrt{2}-1}}$$

۳۶- مخرج کسر مقابل را گویا کنید.

« پاسخ »

$$\frac{1}{\sqrt[3]{\sqrt{2}-1}} \times \frac{\sqrt[3]{\sqrt{2}+1}}{\sqrt[3]{\sqrt{2}+1}} = \frac{\sqrt[3]{\sqrt{2}+1}}{\sqrt[3]{2-1}} = \frac{\sqrt[3]{\sqrt{2}+1}}{\sqrt[3]{1}} = \sqrt[3]{\sqrt{2}+1}$$

$$\left( \frac{1+x}{1-x} - \frac{1-x}{1+x} \right) \left( \frac{1}{x} - x \right)$$

-۳۷- حاصل عبارت مقابل را به دست آورید.

**پاسخ »**

$$= \frac{(1+x)^2 - (1-x)^2}{(1-x)(1+x)} \cdot \frac{1-x^2}{x} = \frac{\cancel{1+2x+x^2} - \cancel{1-2x+x^2}}{\cancel{1-x^2}} \cdot \frac{\cancel{1-x^2}}{x} = \frac{4x}{x} = 4, \quad (x \neq 0)$$

$$A = \left( 1 + \frac{xy}{x^2 + y^2} \right) \times \left( 1 - \frac{xy}{(x+y)^2} \right)$$

-۳۸- حاصل عبارت مقابل را به دست آورید.

**پاسخ »**

$$A = \frac{x^2 + y^2 + 2xy}{x^2 + y^2} \times \frac{(x+y)^2 - 2xy}{(x+y)^2} = \frac{(x+y)^2}{x^2 + y^2} \times \frac{x^2 + y^2}{(x+y)^2} = 1$$

-۳۹- عبارت گویای  $A = \frac{2}{x^2 - 9}$  داده شده است.

اگر  $A + B = \frac{x+7}{2x-18}$  باشد  $B$  را به دست آورید و ساده کنید.

**پاسخ »**

$$B = \frac{x+7}{2x-18} - \frac{2}{x-9} = \frac{x+6}{2(x-3)(x+3)} - \frac{2}{(x-3)(x+3)} = \\ = \frac{x+7-4}{2(x-3)(x+3)} = \frac{x+3}{2(x-3)(x+3)} = \frac{1}{2(x-3)}$$

-۴۰- مخرج کسر  $\frac{1}{\sqrt[2]{2} - \sqrt[4]{3}}$  را گویا کنید.

**پاسخ »**

$$\frac{1}{\sqrt[2]{2} - \sqrt[4]{3}} \times \frac{\sqrt[2]{2} + \sqrt[4]{3}}{\sqrt[2]{2} + \sqrt[4]{3}} = \frac{\sqrt[2]{2} + \sqrt[4]{3}}{\sqrt[2]{2} - \sqrt[4]{3}} \times \frac{\sqrt[2]{2} + \sqrt[4]{3}}{\sqrt[2]{2} + \sqrt[4]{3}} \\ = \frac{(\sqrt[2]{2} + \sqrt[4]{3})(\sqrt[2]{2} + \sqrt[4]{3})}{\sqrt[2]{2} - \sqrt[4]{3}} = (\sqrt[2]{2} + \sqrt[4]{3})(\sqrt[2]{2} + \sqrt[4]{3})$$

۴۱- به ازای چه مقادیری از  $a$  چند جمله‌ای  $x^{2n+1} + x^{2n} + 2$  بخش‌پذیر است؟ ( $n \in \mathbb{N}$ )

## » پاسخ «

ریشه‌ی مقسوم علیه  $-1$   $\Rightarrow x = -1$  یادآوری:  $2n + 1$  زوج و  $2n + 2$  فرد است.

جای گذاری در مقسوم  $\rightarrow a(-1)^{2n+1} + (-1)^{2n} + 2 = -a + 1 + 2 = -a + 3$  باقی مانده =

باقی مانده: شرط بخش‌پذیری  $= 0 \Rightarrow -a + 3 = 0 \Rightarrow a = 3$

۴۲- تقسیم زیر را انجام دهید و خارج قسمت و باقی مانده را تعیین کنید.

$$\left(\frac{5}{6}y^3 - \frac{1}{2}y^2 - \frac{1}{4}y - \frac{5}{2}\right) \div \left(\frac{1}{6}y - \frac{1}{4}\right) \quad \text{ب} \quad (x^6 + 8x^3 + 3x) \div (2x + x^2) \quad \text{الف -}$$

## » پاسخ «

$$\begin{aligned} & \frac{\frac{5}{6}y^3 - \frac{1}{2}y^2 - \frac{1}{4}y - \frac{5}{2}}{\left(\frac{1}{6}y - \frac{1}{4}\right)} \quad \text{خارج قسمت} \\ & \frac{\frac{5}{6}y^3 - \frac{5}{4}y^2}{\frac{1}{6}y^2 - \frac{1}{4}y - \frac{5}{2}} \quad (b) \\ & \frac{-\left(y^2 - \frac{5}{4}y\right)}{y - \frac{5}{2}} \\ & \frac{-\left(y - \frac{5}{4}\right)}{y - \frac{5}{2}} \quad \text{باقی مانده} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{x^6 + 8x^3 + 3x}{(2x + x^2)} \quad \text{استاندارد شده} \xrightarrow{x^2 + 2x} \\ & \frac{-\left(x^6 + 2x^5\right)}{x^4 - 2x^3 + 4x^2} \quad \text{خارج قسمت} \\ & \frac{-\left(-2x^5 - 4x^4\right)}{4x^4 + 8x^3 + 3x} \quad (\text{الف}) \\ & \frac{-\left(4x^4 + 8x^3\right)}{3x} \quad \text{باقی مانده} \\ & \xrightarrow{\text{(درجه، کمتر از 2)}} \end{aligned}$$

توجه: تقسیم را تا جایی ادامه می‌دهیم که درجه باقی مانده از درجه مقسوم علیه کمتر شود.

$$\frac{3 - 2x}{2x + 3} - \frac{2x + 3}{3 - 2x} + \frac{36}{4x^2 - 9}$$

۴۳- این عبارت را ساده کنید:

## » پاسخ «

ابتدا مخرج کسرها را تجزیه و سپس ک.م.م آنها را به عنوان مخرج مشترک در نظر می‌گیریم.

$$\begin{aligned} & \frac{3 - 2x}{2x + 3} - \frac{2x + 3}{3 - 2x} + \frac{36}{(2x - 3)(2x + 3)} = \frac{-(3 - 2x)^2 + (2x + 3)^2 + 36}{(2x - 3)(2x + 3)} \\ & \frac{-9 - 4x + 12x + 9 + 12x + 36}{(2x - 3)(2x + 3)} = \frac{+24x + 36}{(2x - 3)(2x + 3)} = \frac{12(2x + 3)}{(2x - 3)(2x + 3)} = \frac{12}{2x - 3} \\ & \text{با شرط } 2x \pm 3 \neq 0 \end{aligned}$$

۴۴- تقسیم پارامتری مقابله را انجام دهید ( $x$  متغیر اصلی است)

**پاسخ »**

$$\begin{array}{c} \frac{(2a^2x^2 + 5ax^2 - 4ax - 2a + 1) \div (ax - 2)}{-(2a^2x^2 - 2ax)} \\ \hline \frac{5a^2x^2 - 2a + 1}{-(5a^2x^2 - 10a)} \\ \hline 8a + 1 \end{array}$$

باقی مانده  $\rightarrow$

خارج قسمت

۴۵- حاصل تقسیم‌های زیر را بدست آورید:

(الف)

$$\begin{aligned} & (36x^4zy^2 - 24xz^2y + 18x^3z^2y^2) \div (6xyz) \\ & (15a^4b^2 - 20a^5b^3 + 55a^4b^7) \div (5a^3b^2) \end{aligned}$$

(ب)

**پاسخ »**

$$\frac{36x^4zy^2}{6xyz} - \frac{24xz^2y}{6xyz} + \frac{18x^3z^2y^2}{6xyz} = 6x^3y - 4z + 3x^2yz$$

(الف)

$$\frac{15a^4b^2}{5a^3b^2} - \frac{20a^5b^3}{5a^3b^2} + \frac{55a^4b^7}{5a^3b^2} = 3a^4 - 3 - 4a^5 - 3 \cdot b^3 - 2 + 11a^4 - 3 \cdot b^7 - 2 = 3a - 4a^2b + 11ab^5$$

(ب)

$$(2x^2 - 7 + x^4) \div (x^2 + 3)$$

۴۶- تقسیم را انجام داده و خارج قسمت و باقی‌مانده را تعیین کنید.

**پاسخ »**

$$\begin{array}{c} \frac{x^4 + 2x^2 - 7}{-(x^4 + 3x^2)} \\ \hline \frac{-x^2 - 7}{-(-x^2 - 3)} \\ \hline \end{array}$$

خارج قسمت

باقی مانده  $\rightarrow$

دقیق کنید که قبل از شروع تقسیم حتماً چند جمله‌ای‌های مقسوم و مقسوم‌علیه را به صورت استاندارد (توان‌های نزولی) بنویسید.

۴۷- اگر  $B = \frac{x}{x^2 + x - 20}$  و  $A = \frac{5}{3x - 12}$  باشند.

ب) مجموع  $A + B$  را به ساده‌ترین صورت بنویسید.

الف) دامنه‌ی  $A$  و  $B$  را تعیین کنید.

**پاسخ**

$$\text{الف) } A = \frac{5}{3x - 12} \Rightarrow 3x - 12 \neq 0 \Rightarrow x \neq 4 \Rightarrow D_A = \mathbb{R} - \{4\}$$

$$B = \frac{x}{x^2 + x - 20} \Rightarrow x^2 + x - 20 \neq 0 \Rightarrow (x + 5)(x - 4) \neq 0 \Rightarrow \begin{cases} x \neq -5 \\ x \neq 4 \end{cases} \Rightarrow D_B = \mathbb{R} - \{-5, 4\}$$

$$\begin{aligned} \text{ب) } A + B &= \frac{5}{3x - 12} + \frac{x}{x^2 + x - 20} = \frac{5}{3(x - 4)} + \frac{x}{(x + 5)(x - 4)} = \frac{5(x + 5) + 3x}{3(x + 5)(x - 4)} = \\ &= \frac{5x + 25 + 3x}{3(x + 5)(x - 4)} = \frac{8x + 25}{3(x + 5)(x - 4)} \end{aligned}$$

$$\frac{2y^3 + 3y - 6}{y - 1}$$

۴۸- تقسیم زیر را انجام دهید و خارج قسمت و باقی‌مانده را تعیین کنید.

**پاسخ**

$$\begin{array}{rcl} 2y^3 + 3y - 6 & \begin{array}{c} | y - 1 \\ \hline 2y^3 + 2y + 5 \end{array} & 2y^3 \div y = 2y^2 \\ -(2y^3 - 2y^2) & \hline & 2y^2(y - 1) = 2y^3 - 2y^2 \\ \hline 2y^2 + 3y - 6 & & 2y^2 \div y = 2y \\ -(2y^2 - 2y) & \hline & 2y(y - 1) = 2y^2 - 2y \\ \hline 5y - 6 & & 5y \div y = 5 \\ -(5y - 5) & \hline & 5(y - 1) = 5y - 5 \\ \hline -1 & & \end{array}$$

خارج قسمت

باقی مانده

۴۹- اگر  $B = \frac{x+3}{x^2-1}$  و  $A = \frac{x^2+x-6}{x-1}$  باشد:

الف) دامنهی  $A$  را بدست آورید.  
ب) حاصل کسر  $\frac{A}{B}$  را به ساده ترین صورت بنویسید.

» پاسخ «

$$A = \frac{x^2 + x - 6}{x - 1}, \quad x - 1 \neq 0 \Rightarrow x \neq 1 \Rightarrow D_A = \mathbb{R} - \{1\} \quad \text{الف)$$

برای بدست آوردن دامنهی  $A$  مقادیری را که مخرج کسر را صفر کنند از  $R$  حذف می‌کنیم.

$$\begin{aligned} \frac{A}{B} &= \frac{x^2 + x - 6}{x - 1} \div \frac{x + 3}{x^2 - 1} = \frac{x^2 + x - 6}{x - 1} \times \frac{x^2 - 1}{x + 3} = \frac{(x+3)(x-2)}{(x-1)} \times \frac{(x-1)(x+1)}{(x+3)} \\ &= (x-2)(x+1) = x^2 - x - 2 \quad \text{شرط: } x \neq \pm 1, 1, -3 \end{aligned} \quad \text{ب)}$$

۵۰- مقدار  $m$  را به گونه‌ای بیابید که عبارت  $m^3 x^2 + mx - 2m$  بر  $x-1$  بخش‌پذیر باشد.

» پاسخ «

ریشه مقسوم علیه یعنی  $x-1$  را می‌یابیم و مقدار مقسوم را به ازای آن محاسبه می‌کنیم.

$$\begin{aligned} x - 1 &= 0 \Rightarrow x = 1 \xrightarrow{\text{جای گذاری در مقسوم}} m^3(1)^2 + m(1) - 2m = \text{باقي مانده} \\ &\Rightarrow m^3 - m \xrightarrow{\text{شرط بخش پذیری}} m^3 - m = 0 \Rightarrow m(m-1)(m+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 1 \\ m = -1 \end{cases} \end{aligned}$$

۵۱- حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$\frac{3-2x}{2x+3} - \frac{2x+3}{3-2x} + \frac{36}{4x^2-9}$$

» پاسخ «

$$\begin{aligned} \frac{3-2x}{2x+3} - \frac{2x+3}{3-2x} + \frac{36}{(2x-3)(2x+3)} &= \frac{(3-2x)(2x-3) + (2x+3)^2 + 36}{(2x-3)(2x+3)} \\ &= \frac{-9 + 12x - 4x^2 + 4x^2 + 12x + 9 + 36}{(2x-3)(2x+3)} = \frac{24x + 36}{(2x-3)(2x+3)} \\ &= \frac{12(2x+3)}{(2x-3)(2x+3)} = \frac{12}{2x-3} \end{aligned}$$

-۵۲- عبارت‌های زیر را ساده کنید.

$$\text{الف) } \frac{14a^2b^2}{5xy} \cdot \frac{10x^2y^3}{21a^3b^3}$$

$$\text{ب) } \frac{9cx^3}{16ab} \cdot \frac{2ab^2}{cy} \cdot \frac{4by^2}{3ax}$$

**پاسخ »**

$$\text{الف) } \frac{14a^2b^2}{5xy} \cdot \frac{10x^2y^3}{21a^3b^3} = \frac{2 \times 7 \times a^2 \times b^2 \times 2 \times 5 \times x^2 \times y^3}{5 \times x \times y \times 3 \times 7 \times a^3 \times b^3 \times a \times b} = \frac{4xy^2}{3ab}$$

$$\text{ب) } \frac{9cx^3}{16ab} \cdot \frac{2ab^2}{cy} \cdot \frac{4by^2}{3ax} = \frac{9 \times 3 \times c \times x^3 \times 2 \times a \times b^2 \times 4 \times b \times y^2}{16 \times 2 \times a \times b \times c \times y \times 3 \times a \times x} = \frac{3b^2xy}{2a}$$

$$A = \frac{x}{x^3 - 5x^2 + 6x}$$

-۵۳- دامنه تعریف عبارت مقابله را به دست آورید.

$$x^3 - 5x^2 + 6x = 0 \Rightarrow x(x^2 - 5x + 6) = 0 \Rightarrow x(x - 2)(x - 3) = 0$$

$$\Rightarrow x = 0 \text{ یا } x = 2 \text{ یا } x = 3$$

$$\Rightarrow D_A = \mathbb{R} - \{0, 2, 3\}$$

ریشه‌های مخرج کسر را از مجموعه اعداد حقیقی حذف می‌کنیم:

$$A = \frac{x^5(x^2 - 4)}{x^3 - 4x}$$

-۵۴- دامنه تعریف عبارت مقابله را به دست آورید و سپس ساده نمایید.

**پاسخ »**

برای به دست آوردن دامنه تعریف یک عبارت گویا مقادیری را که مخرج کسر به ازای آنها صفر می‌شود از  $\mathbb{R}$  حذف می‌کنیم.

$$x^3 - 4x = 0 \Rightarrow x(x^2 - 4) = 0 \Rightarrow x(x + 2)(x - 2) = 0$$

$$\Rightarrow x = 0 \text{ یا } x = -2 \text{ یا } x = 2$$

$$\Rightarrow D_A = \mathbb{R} - \{0, -2, 2\} \Rightarrow A = \frac{x^5(x^2 - 4)}{x^3 - 4x} = \frac{x^5(x^2 - 4)}{x(x^2 - 4)} = x^4$$

$$\frac{\sqrt{5}}{3 - \sqrt{5}}$$

۵۵- مخرج کسر مقابل را گویا کنید:

» **پاسخ** »

$$\frac{\sqrt{5}}{3 - \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{3 - \sqrt{5}} \times \frac{3 + \sqrt{5}}{3 + \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}(3 + \sqrt{5})}{3^2 - 5} = \frac{3\sqrt{5} + 5}{4}$$

$$\frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$$

۵۶- مخرج کسر مقابل را گویا کنید (رادیکالها را با معنی فرض کنید).

» **پاسخ** »

$$\frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \times \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} = \frac{(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2}{a - b} = \frac{a + b - 2\sqrt{ab}}{a - b}$$

$$\frac{4}{\sqrt{7 - 2}}$$

۵۷- مخرج کسر مقابل را گویا کنید (رادیکالها را با معنی فرض کنید).

» **پاسخ** »

$$\frac{4}{\sqrt{7 - 2}} = \frac{4}{\sqrt{7 - 2}} \times \frac{\sqrt{7 + 2}}{\sqrt{7 + 2}} = \frac{4(\sqrt{7 + 2})}{7 - 4} = \frac{4(\sqrt{7 + 2})}{3}$$

$$2x^4 - x^3 - 3x^2 + x - 1 \quad | \quad \underline{2x^2 - x + 1}$$

۵۸- تقسیم مقابل را انجام دهید:

» **پاسخ** »

$$\begin{array}{r} 2x^4 - x^3 - 3x^2 + x - 1 \\ -(2x^4 - x^3 + x^2) \\ \hline -4x^2 + x - 1 \\ -(-4x^2 + 2x - 2) \\ \hline -x + 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} 2x^4 \div 2x^2 = x^2 \\ x^2(2x^2 - x + 1) = 2x^4 - x^3 + x^2 \\ -4x^2 \div 2x^2 = -2 \\ -2(2x^2 - x + 1) = -4x^2 + 2x - 2 \end{array}$$

درجه باقیمانده کوچکتر از مقسوم علیه است پس  
تقسیم خاتمه می یابد.

$$\frac{n}{n+1} \quad (n \in \mathbb{Z})$$

۵۹- دامنهٔ عبارت گویای مقابل را تعیین کنید.

**پاسخ**

$$n^2 + n = \cdot \Rightarrow n(n^2 + 1) = \cdot$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n = \cdot \\ n^2 + 1 = \cdot \end{cases} \Rightarrow D = \mathbb{Z} - \{\cdot\}$$

غیر ممکن

$$\frac{-9c^4d^5}{-45c^3d^3}$$

۶۰- ساده کنید:

$$\frac{-9c^4d^5}{-45c^3d^3} = \frac{-9}{-45} \cdot \frac{c^4}{c^3} \cdot \frac{d^5}{d^3} = \frac{1}{5} \cdot c^{4-3} \cdot d^{5-3} = \frac{cd^2}{5}$$

**پاسخ**