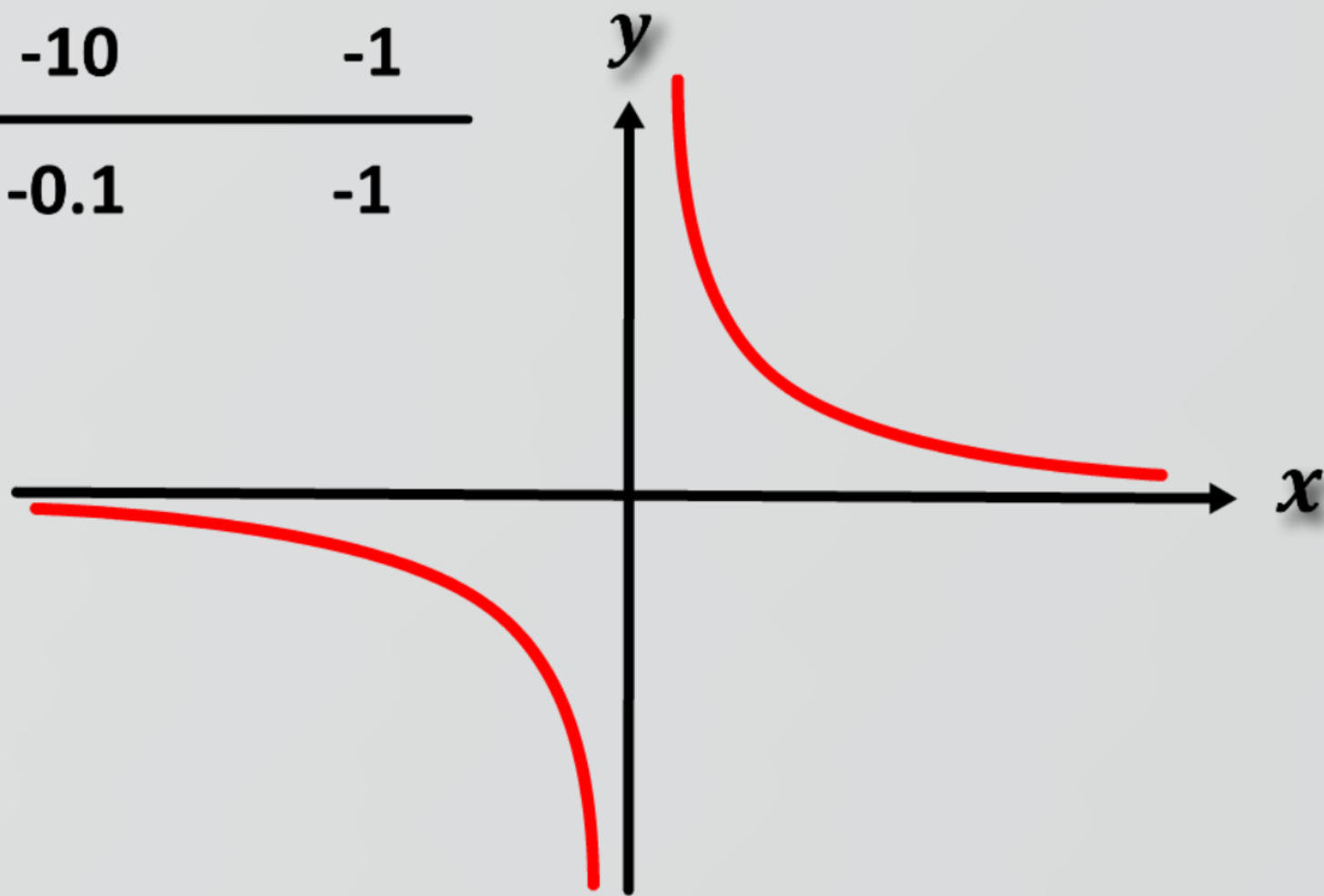


$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0$$

1	10	100
1	0.1	0.01

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x} = 0$$

-100	-10	-1
-0.01	-0.1	-1



مقدار $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 4x + 1}}{3x^2 + 5x - 6}$ را به دست آورید.

حل: برای محاسبه این حد، ابتدا باید صورت و مخرج را بر بزرگ‌ترین توانی از x که در مخرج وجود دارد، یعنی x^2 تقسیم کنیم (چون $x \rightarrow +\infty$ ، پس می‌توان نتیجه گرفت که $x^2 \neq 0$).

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 4x + 1}}{3x^2 + 5x - 6} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{\sqrt{x^2 - 4x + 1}}{x^2}}{\frac{3x^2 + 5x - 6}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{1 - \frac{4}{x} + \frac{1}{x^2}}}{3 + \frac{5}{x} - \frac{6}{x^2}} = \frac{\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{1 - \frac{4}{x} + \frac{1}{x^2}} \right)}{\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(3 + \frac{5}{x} - \frac{6}{x^2} \right)}$$

$$= \frac{\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{1 - \frac{4}{x} + \frac{1}{x^2}}}{\lim_{x \rightarrow +\infty} 3 + \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5}{x} - \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6}{x^2}} = \frac{\sqrt{1 - 0 + 0}}{3 + 0 - 0} = \frac{\sqrt{1}}{3}$$

مثال

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x + 2}{x - 1}$$

مثال

$$\lim_{t \rightarrow -\infty} \frac{1 - 5t^2}{t^2 + 3t}$$

مثال

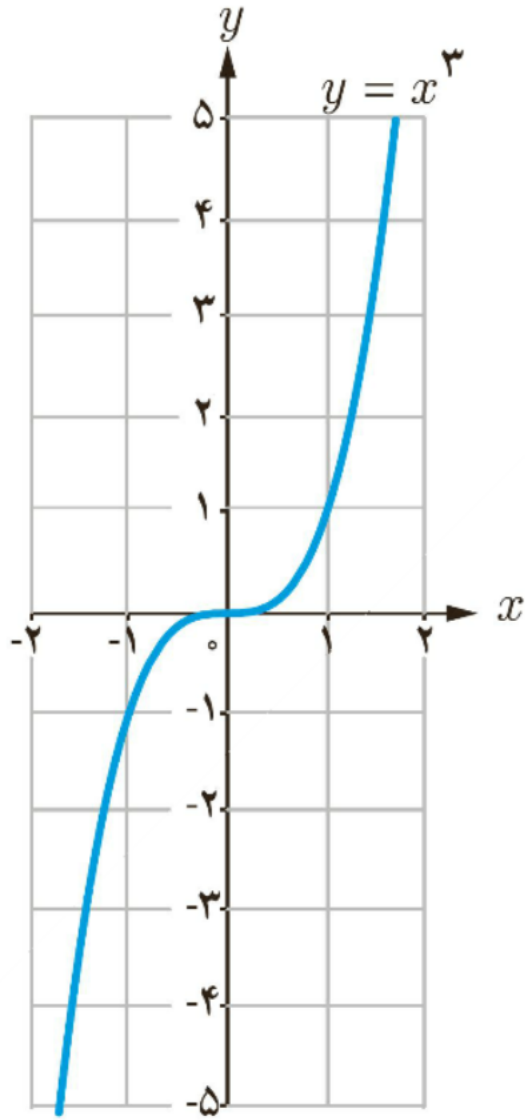
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{2 - 3x}$$

مثال

الف) تابعی مثال بزنید که حد آن در $+\infty$ برابر (-1) باشد. پاسخ خود را با جواب‌های دوستانتان مقایسه کنید.
ب) تابعی مثال بزنید که حد آن در $-\infty$ برابر 1° باشد. پاسخ خود را با جواب‌های دوستانتان مقایسه کنید.

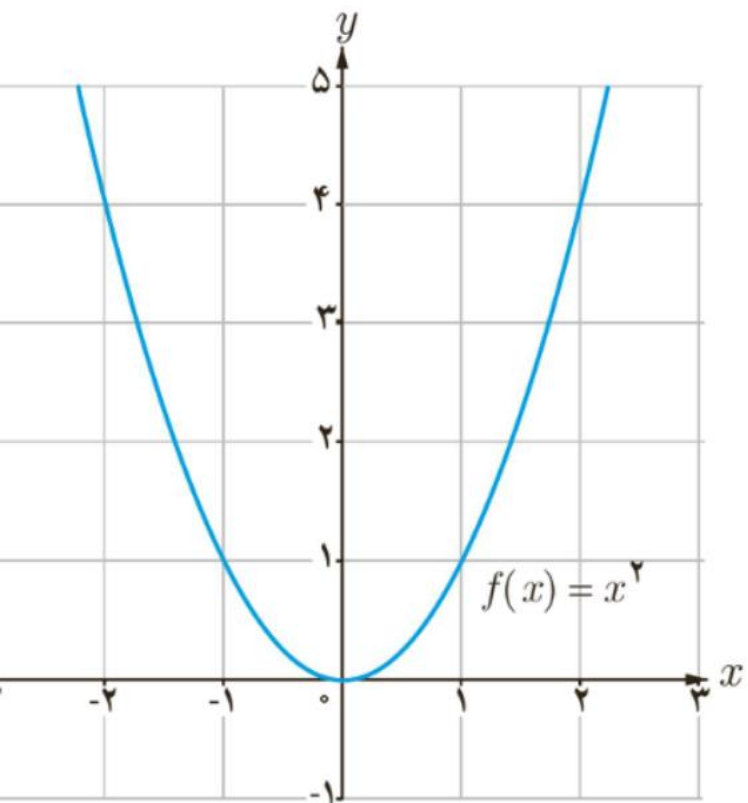


تابع $f(x) = x^3$ را در نظر بگیرید.



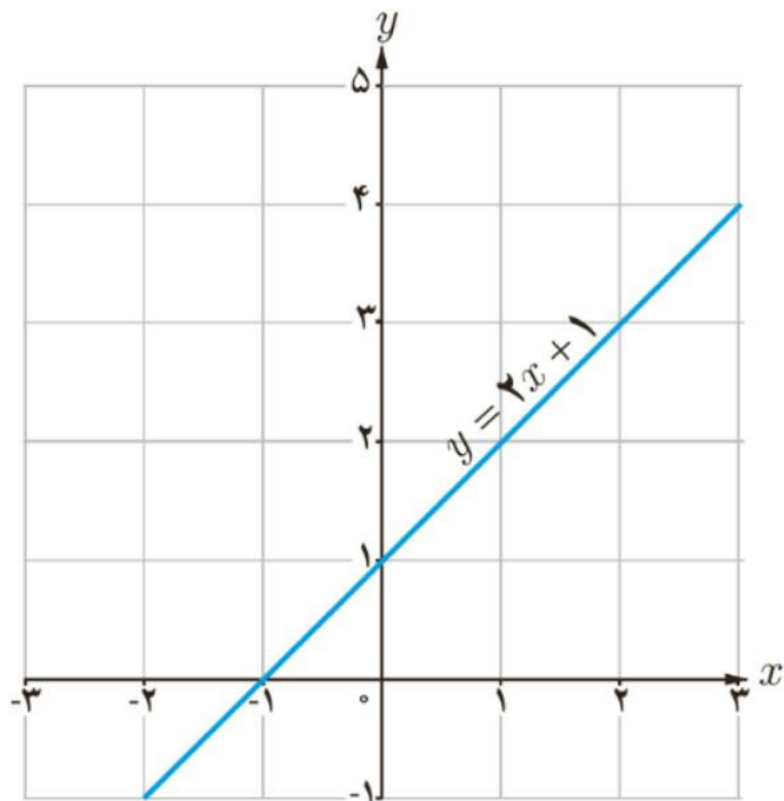
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = -\infty$$



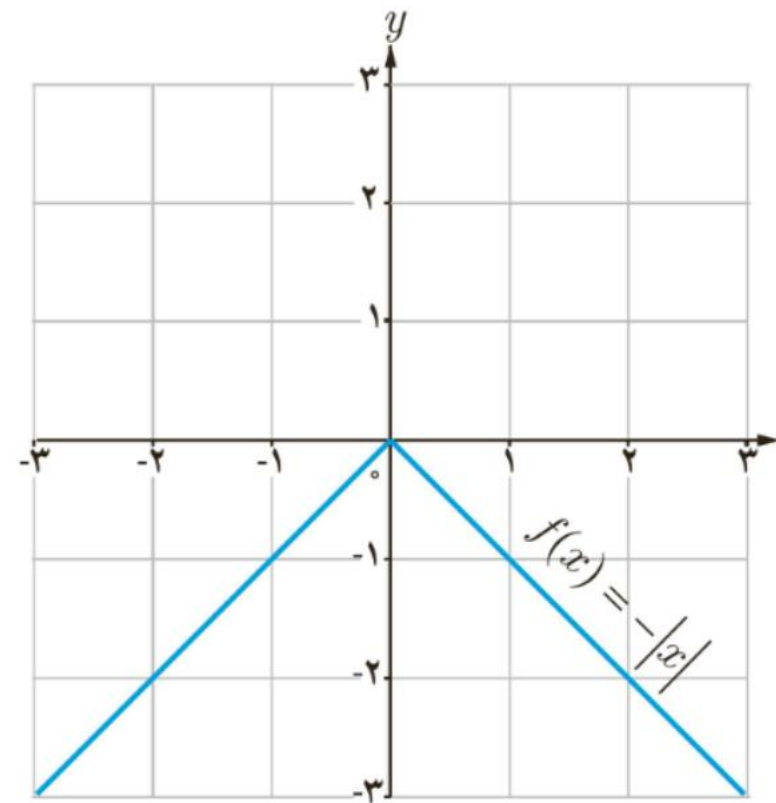
الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 = \dots$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 = \dots$



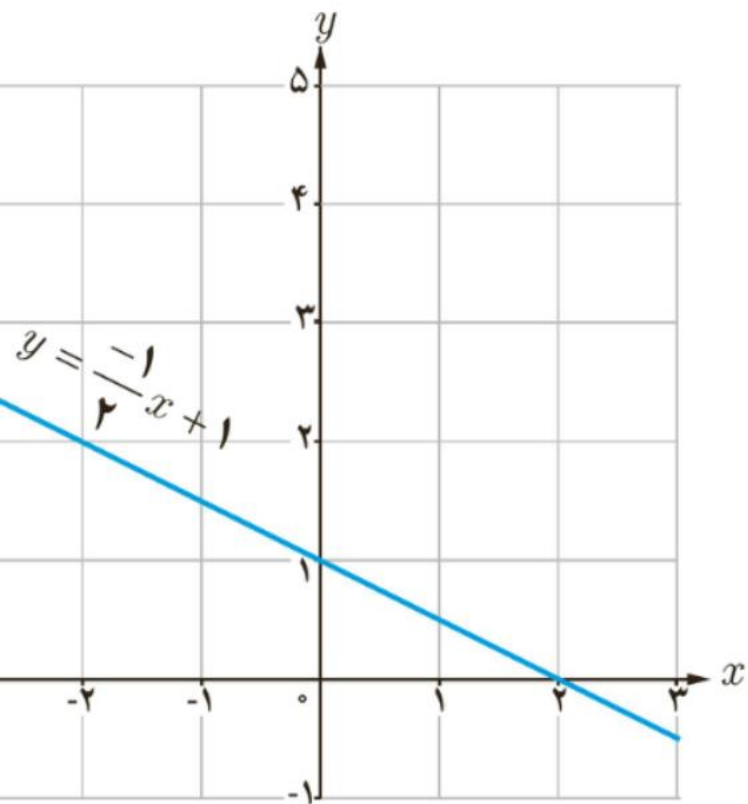
ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x + 1) = \dots$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} (2x + 1) = \dots$



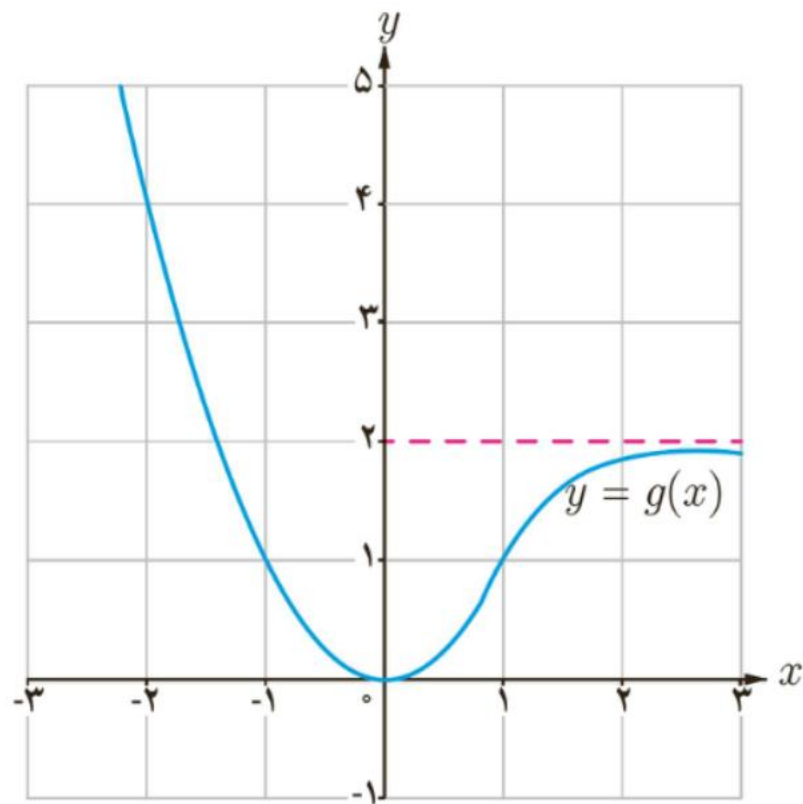
پ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \dots$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \dots$



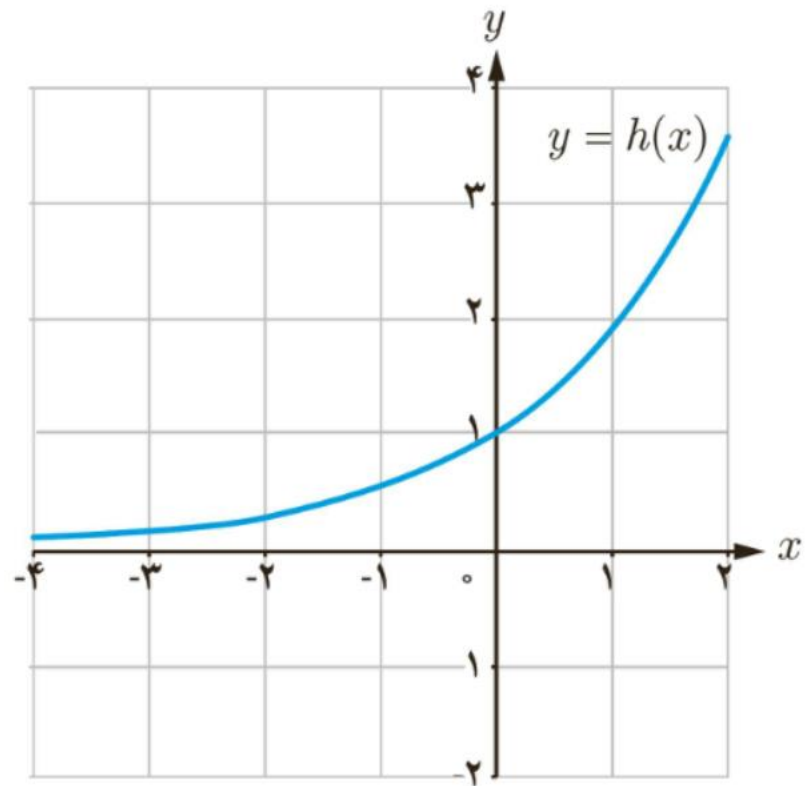
ت) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{-1}{2}x + 1 \right) = \dots$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{-1}{2}x + 1 \right) = \dots$



ث) $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \dots$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \dots$



ج) $\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x) = \dots$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = \dots$

حدود زیر را محاسبه کنید :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (2x - 3 + 5x^2) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \left(\frac{2}{x} - \frac{3}{x^2} + 5 \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 (0 - 0 + 5) = \lim_{x \rightarrow +\infty} 5x^2 = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (-2x^3 + 4x^2 - 5x - 9) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 \left(-2 + \frac{4}{x} - \frac{5}{x^2} - \frac{9}{x^3} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 (-2 + 0) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-2x^3) = +\infty$$

قضیه : فرض کنیم n عددی طبیعی و a یک عدد حقیقی غیر صفر باشد.

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow +\infty} ax^n = \begin{cases} +\infty & (a \text{ مثبت}) \\ -\infty & (a \text{ منفی}) \end{cases} \quad \text{ب) } \lim_{x \rightarrow -\infty} ax^n = \begin{cases} +\infty & (n \text{ زوج و } a \text{ مثبت}) \\ -\infty & (n \text{ زوج و } a \text{ منفی}) \\ -\infty & (n \text{ فرد و } a \text{ مثبت}) \\ +\infty & (n \text{ فرد و } a \text{ منفی}) \end{cases}$$

توان بزرگ صورت و مخرج را ننگه دار



$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^n + bx^{n-1} + \dots}{a'x^m + b'x^{m-1} + \dots}$$

$n > m \rightarrow \infty$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3 + 3x}{2x^2 + 3x} = +\infty$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^n}{a'x^m}$$

$n = m \rightarrow \frac{a}{a'}$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{6x^3 + 3x}{2x^3 + 3x} = \frac{6}{2} = 3$$

$n < m \rightarrow 0$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 + 3x}{x^3 + 3x} = 0$$



حدود زیر را محاسبه کنید :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-12x^5 + 7x^3 - 2x - 9}{3x^2 - 8x + 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3 - 5x + 4}{7x^3 - 11x^2 - 6x}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x + 4}{x^3 + x - 8}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x^4 + 5x^2}{2x^3 + 9}$$

تست حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - \sqrt{3-x}}{\sqrt[3]{8x^3 + x} - 2 - 1}$ کدام است؟

0
1
2
3

تست حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2x^3 + x^2 + 1}{x^3 + x - 1}$ چقدر از حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{12x + 5}{4x - 3}$ کمتر است؟

2
3
4
5

تست اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^3 + bx^2 + 4}{(a-2)x^2 + x - 4} = -3$ باشد، $a + b$ کدام است؟

4
5
6
7

تست اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(ax+2)^2 + x^2 - 1}{(a+2)x^2 + 3x - 5} = 2$ باشد، مقدار مثبت a کدام است؟

1
2
3
4

تست اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^n + x + 3}{4x^2 - 1} = 0$ باشد، $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + n}{nx^2}$ کدام است؟

2
3
4
5

تست حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - \sqrt{4x^2 + 6x + 5}}{3x + 9}$ کدام است؟

0
1
2
3

تست اگر $f(x) = \frac{ax^r - \sqrt{x^r - 5x}}{-x^n - ax - 1}$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$ باشد، آنگاه حد راست و چپ تابع f در $x = 1$ به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

∞ و ∞
 $-\infty$ و $-\infty$
 $-\infty$ و $+\infty$
 $-\infty$ و $-\infty$

تست حاصل $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + x^3\sqrt{x^4}}{x + x^2\sqrt[3]{x}}$ کدام است؟

0
1
2
3



کمتر است؟ $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{12x + 5}{4x - 3}$ چقدر از حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2x^3 + x^2 + 1}{x^3 + x - 1}$ حاصل **تست**

2

3

4

5



اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(ax + 2)^2 + x^2 - 1}{(a + 2)x^2 + 3x - 5} = 2$ باشد، مقدار مثبت a کدام است؟ **تست**

1

2

3

4



کدام است؟ $\lim_{x \rightarrow -\infty}$

$$\frac{x - \sqrt{4x^2 + 6x + 5}}{3x + 9}$$

حاصل

تست

0

1

2

3

کدام است؟

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + x\sqrt[3]{x^4}}{x + x^2\sqrt[3]{x}}$$

حاصل

تست

0

1

2

3

کدام است؟

$\lim_{x \rightarrow -\infty}$

$$\frac{2x - \sqrt{3 - x}}{\sqrt[3]{8x^3 + x - 2} - 1}$$

حاصل

تست

0

1

2

3

اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^3 + bx^2 + 4}{(a-2)x^2 + x - 4} = -3$ باشد، $a + b$ کدام است؟

تست

4

5

6

7



اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^n + x + 3}{4x^2 - 1} = 0$ باشد، $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + n}{nx^2}$ کدام است؟

تست

2

3

4

5

$$ax^r + \sqrt{x^r + \Delta x}$$

اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 - 1}{nx^2} = 0$ باشد، کدام است؟

- 2
- 3
- 4
- 5

اگر $f(x) = \frac{ax^2 + \sqrt{x^2 + 5x}}{-x^n - ax - 1}$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$ باشد، آنگاه حد راست و چپ تابع f در $x = 1$ به ترتیب از راست به چپ کدام است؟



- $+\infty$ و $+\infty$
- $-\infty$ و $-\infty$
- $-\infty$ و $+\infty$
- $+\infty$ و $-\infty$



تاریخ

۱ نمودار هر یک از تابع‌های زیر را رسم کنید و سپس حدود خواسته شده را به دست آورید.

الف) $f(x) = \frac{1}{x}$: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$

ب) $g(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$: $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$

۴ حدود زیر را محاسبه کنید.

ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-\frac{1}{\sqrt{x}} + \sqrt{x} - 6)$

ت) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 + \frac{1}{\sqrt{x}}}{\frac{4}{x} - 5}$

ج) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^2 + 5x - 3}$

ح) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + x}{3 - x}$

د) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + 1}{4}$

الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (9 + \frac{7}{x^2})$

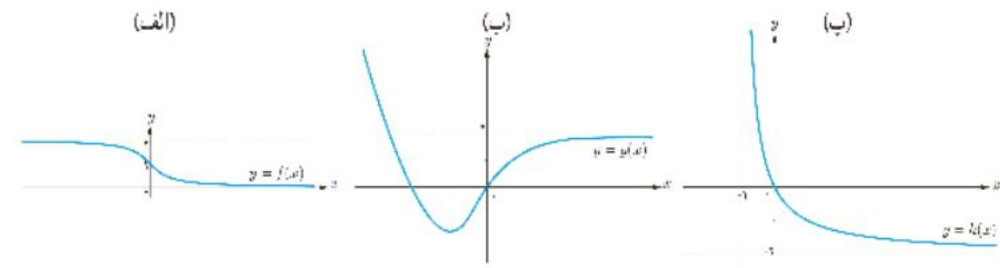
ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{2x - 3}$

ث) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x - 1}{3x + 1}$

ج) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^5 - 6x^3 - x}{x^2 - 5x + 1}$

خ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-6x^2 + 7x - 9}{2x^2 - 4x^2 + x}$

۲ با توجه به نمودار توابع، حدود خواسته شده را بنویسید.



$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \dots$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \dots$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \dots$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \dots$

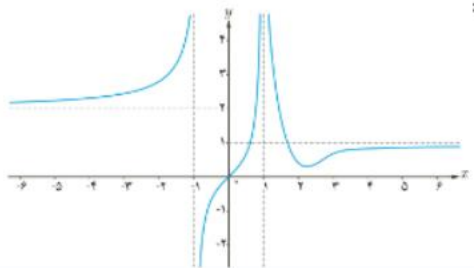
$\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = \dots$

$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} h(x) = \dots$

۵ الف) هر یک از رابطه‌های $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -1$ به چه معنا هستند؟ توضیح دهید.

ب) نمودار تابعی مانند f را رسم کنید که هر دو ویژگی الف را داشته باشد. مسئله چند جواب دارد؟

۳ نمودار تابع f به شکل مقابل است. حدود خواسته شده را بنویسید:



الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

ب) $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)$

ت) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

ب) $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x)$

ت) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$

ج) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

