

۱

حد بی نهایت

۲

حد در بی نهایت

۲

1

حد بی نہایت



تقسیم چند جمله‌ای‌ها



$$\frac{F(x)}{q(x)} = \frac{g(x)}{q(x)} + \frac{r(x)}{q(x)}$$

R

$$F(x) = g(x)q(x) + r(x)$$

$$\begin{array}{r} 2x^2 - 5x + 1 \\ -(2x^2 - 6x) \\ \hline x + 1 \\ -(x - 3) \\ \hline 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x - 3 \\ \hline 2x + 1 \end{array}$$

ریشه
3

$$F(3) = 2(3)^2 - 5(3) + 1 = 4$$

$$F(a) = R$$

$$2x^2 - 5x + 1 = (x - 3)(2x + 1) + 4$$

R



نکته اگر $F(x)$ بر $g(x)$ بخش پذیر باشد داریم:

$$F(a) = R = 0$$

مثال

$$2x^3 + x^2 + 1 \quad | \quad x + 1$$

مثال

$$3x^2 - 5x - 2 \quad | \quad x - 2$$

مثال

نشان دهید چند جمله‌ای $f(x) = 2x^3 + 5x^2 - 3x - 10$ بر دو جمله‌ای $x + 2$ بخش پذیر است.

تست اگر باقی مانده تقسیم $F(x) = x^3 + x^2 + ax + b$ بر $x - 1$ و $x + 1$ به ترتیب 4 و 6 باشد باقی مانده تقسیم $F(x)$ بر $x - 2$ کدام است؟

1

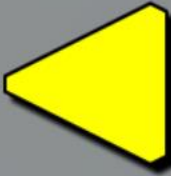
3

6

12



حد توابع کسری



رفع ابهام



جمله صفر کننده را پیدا کن



این جمله را از صورت و مخرج حذف کن



جایگذاری کن



مثال

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 3x + 2}{x + 1}$$

مثال

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 + x - 2}$$

مثال

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 9}{x^2 + 3x}$$

مثال

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{4x^2 - 1}{2x^3 - 13x^2 + 24x - 9}$$

مثال

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^3 + 3x^2 + 4}{x^3 + 8}$$

مثال

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{4x^2 - 4x + 1}{2x^2 + x - 1}$$

نکته

اگر در صورت یا مخرج عبارت رادیکالی داشتیم
با استفاده از اتحادها صورت و مخرج را در یک عبارت رادیکالی ضرب میکنیم

مثال

$$\lim_{x \rightarrow 5} g(x) = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{2 - \sqrt{x-1}}{x-5}$$

مثال

$$\lim_{x \rightarrow 8} \frac{x^2 - 8x}{\sqrt[3]{x} - 2}$$

مثال

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x + \sqrt{2x+3}}$$

مثال

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt[3]{x+1}}{x^2 + 3x + 2}$$

مثال

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{x^2 + x - 2}$$

کدام است؟

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2 - \sqrt[3]{3x+2}}{\sqrt{x+2} - 2}$$

حاصل عبارت

تست

- 1
- 1/3
- 1
- 3




همسایگی

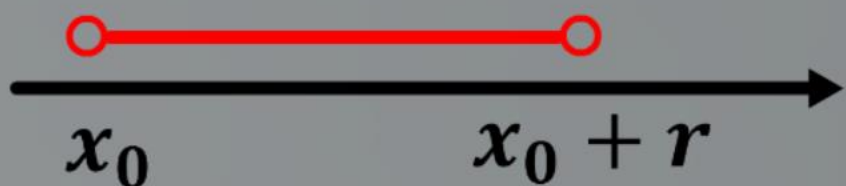
اگر $x_0 \in (a, b)$ در این صورت بازه (a, b) یک همسایگی x_0 است 



بازه $(1, 5)$ یک همسایگی 3 است


همسایگی راست 

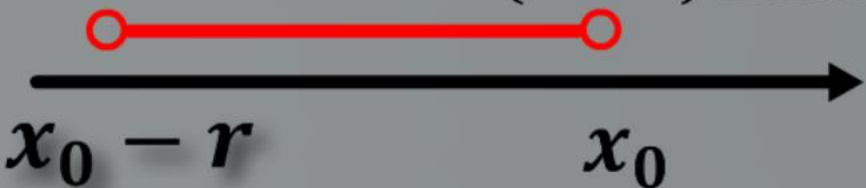
بازه $(x_0, x_0 + r)$ یک همسایگی راست x_0 است $(r > 0)$ 



بازه $(3, 5)$ یک همسایگی راست 3 است

همسایگی چپ 

بازه $(x_0 - r, x_0)$ یک همسایگی راست x_0 است $(r > 0)$ 



بازه $(0, 3)$ یک همسایگی چپ 3 است

همسایگی محذوف

بازه $(a, b) - \{x_0\}$ یک همسایگی محذوف x_0 است

$$(a, x_0) \cup (x_0, b)$$



a x_0 b

بازه $(1, 5) - \{3\}$ یک همسایگی محذوف 3 است

اگر $(m, 2m - n) \cup (m + 2n, p)$ یک همسایگی محذوف 5 باشد
P کدام است؟

تست

n

$2n$

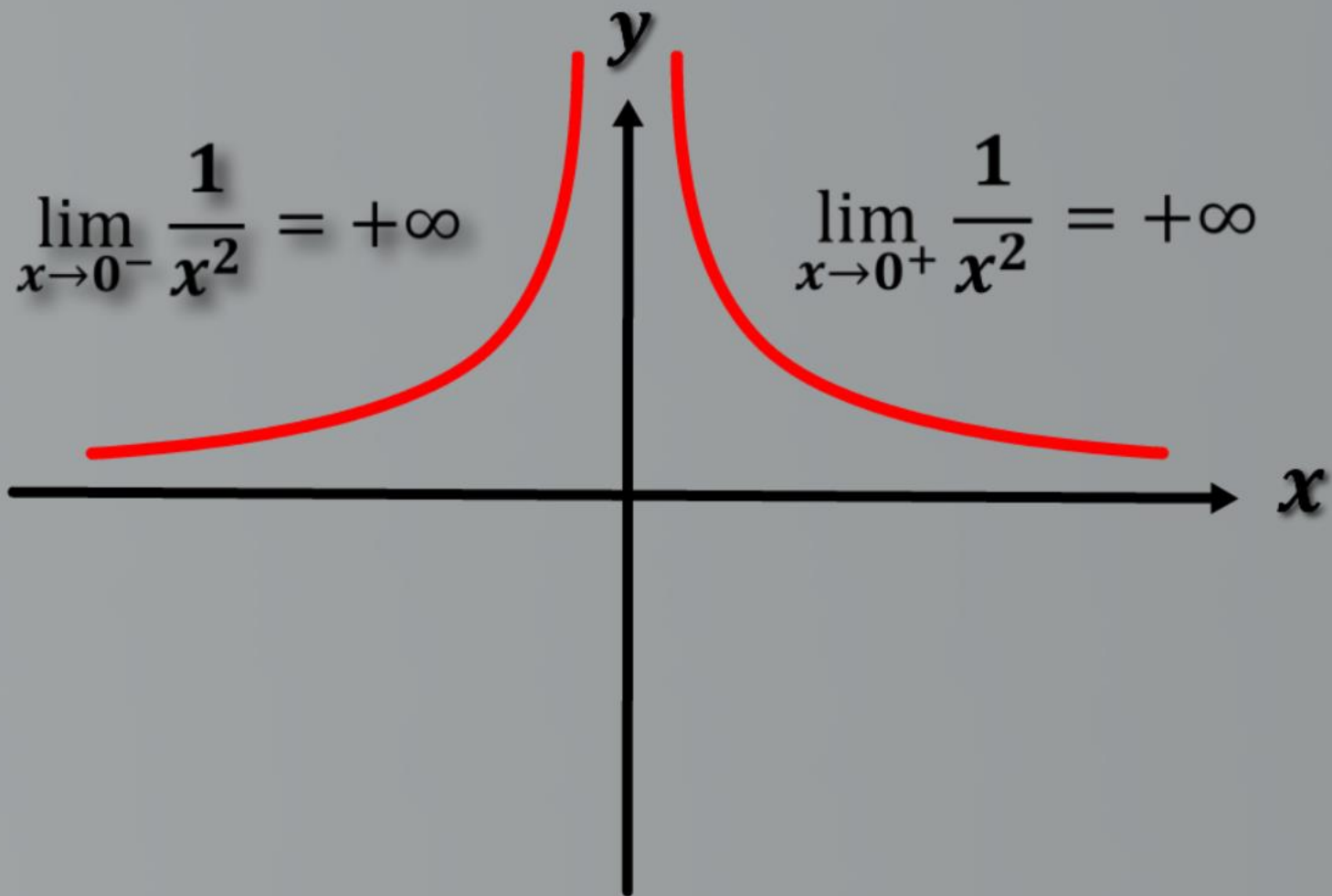
$m+2n$

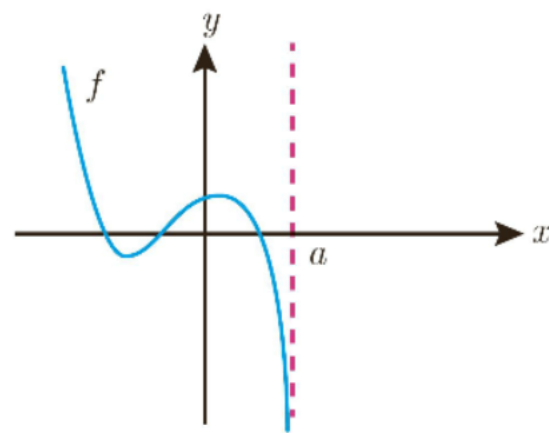
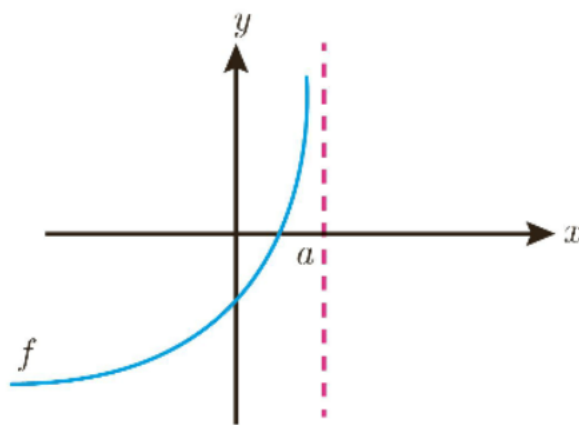
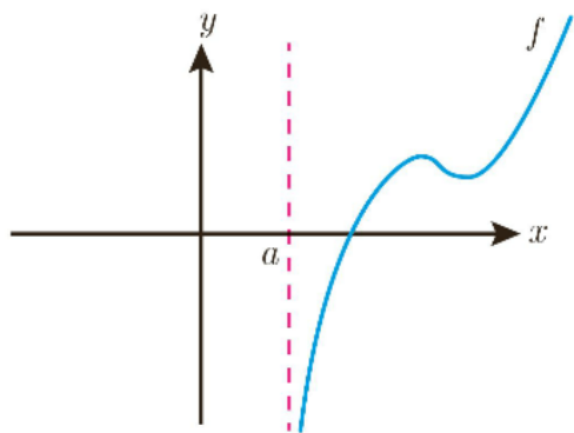
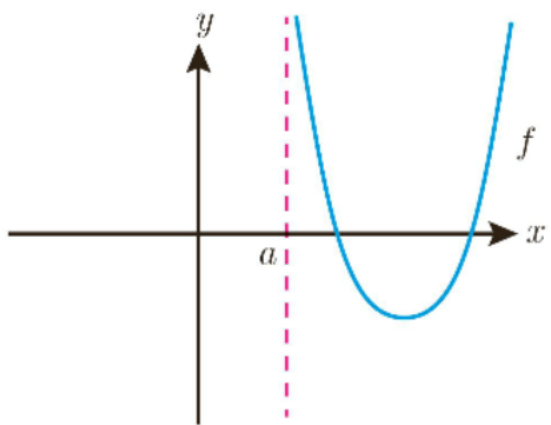
$2m+n$

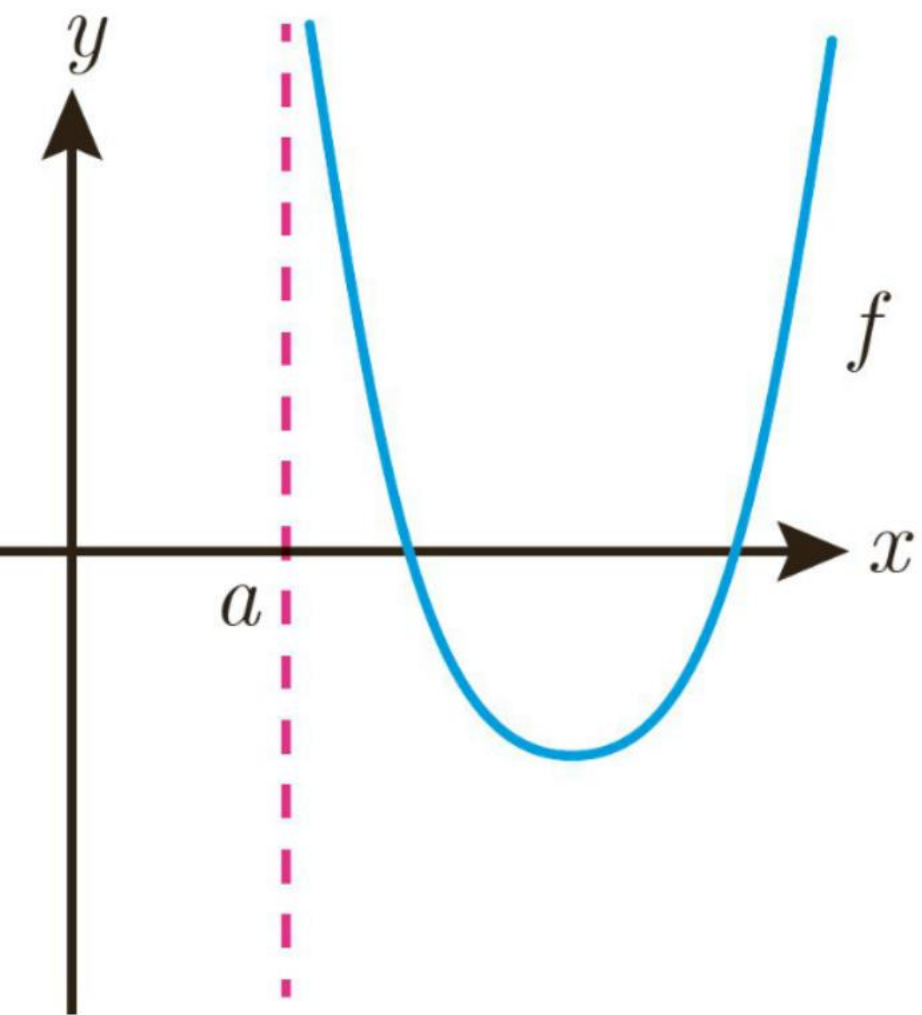


$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} = +\infty$$

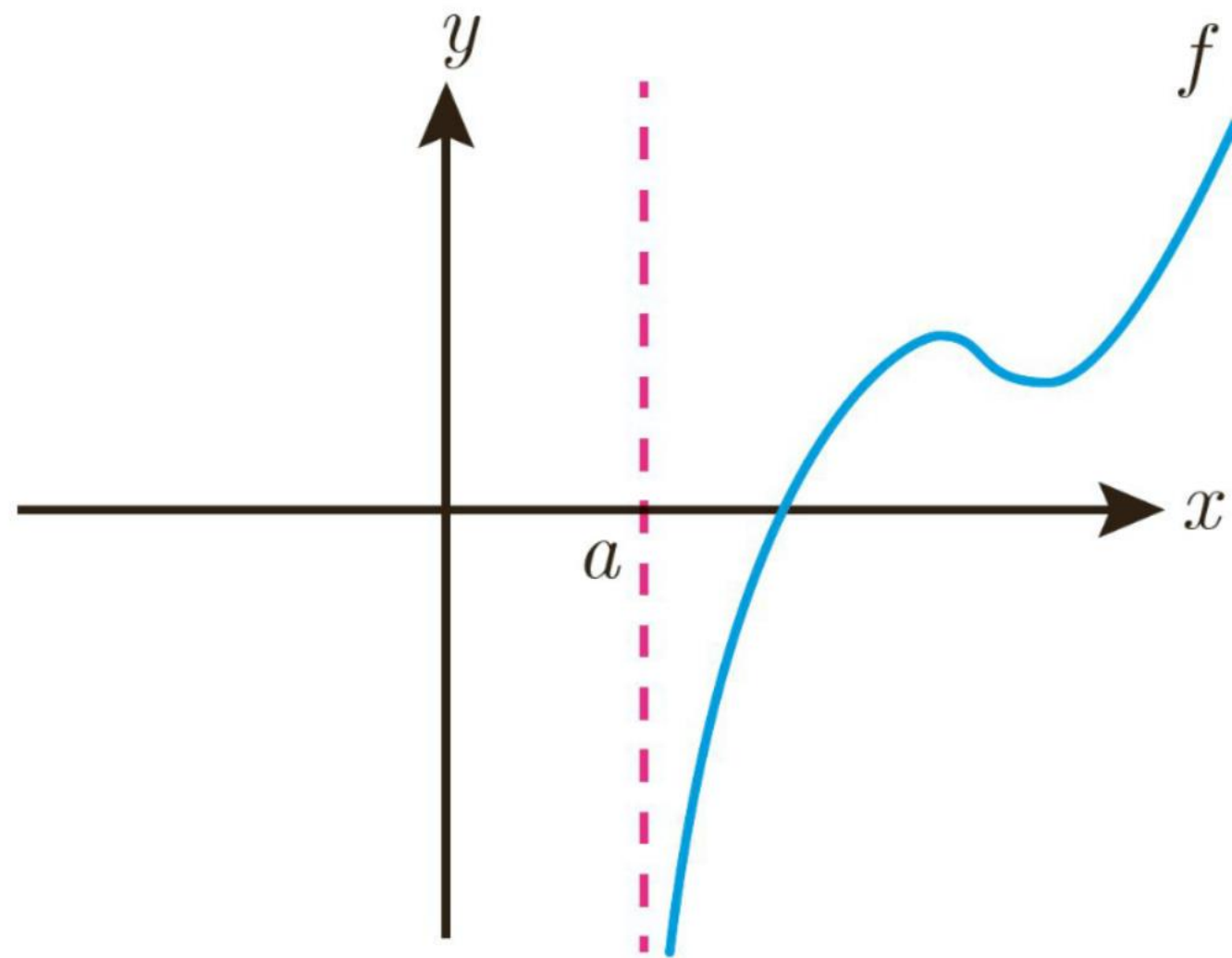
-0.1	-0.01	-0.001	0	0.001	0.01	0.1
100	10000	1000000		1000000	10000	100





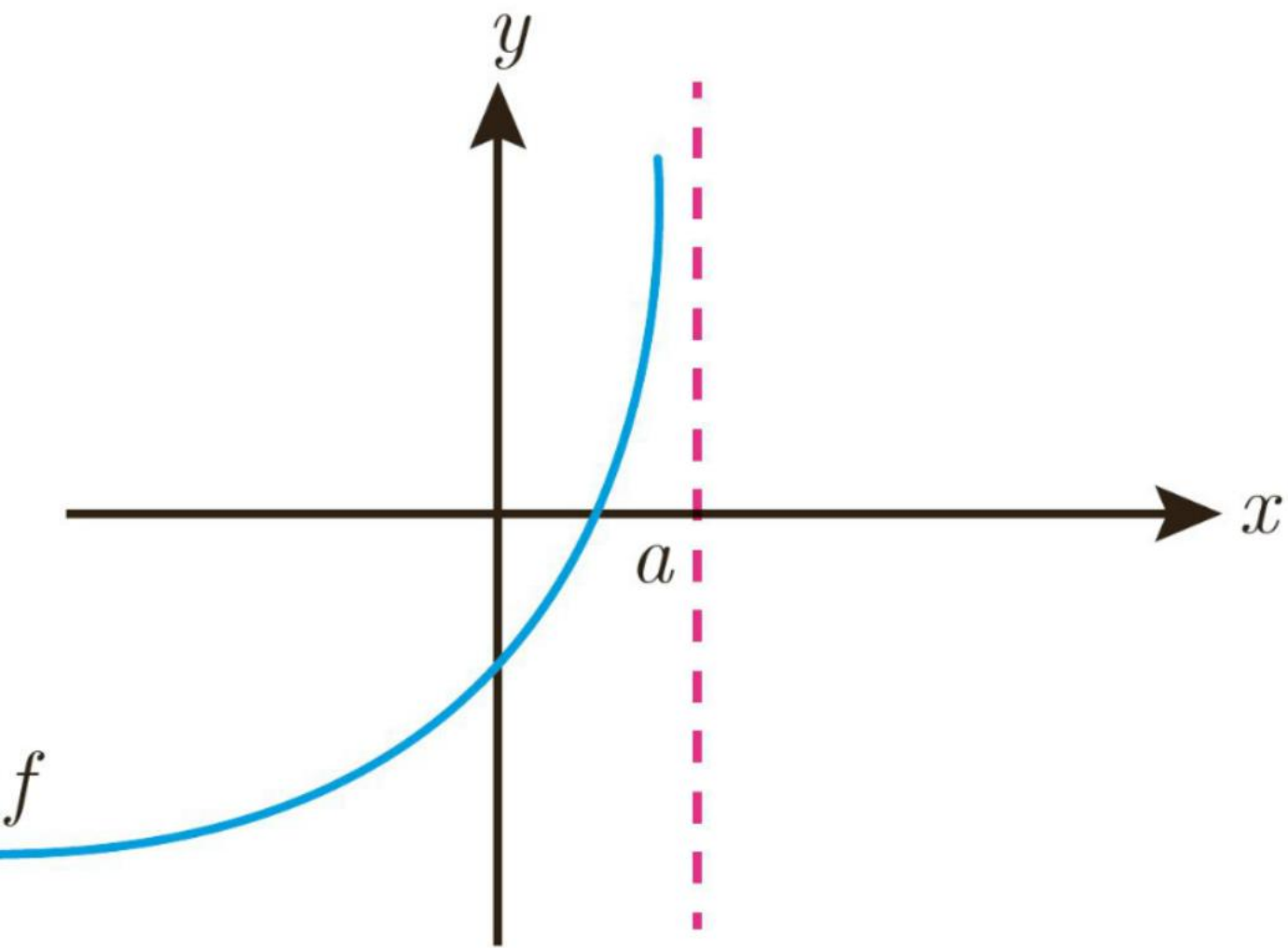


$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = +\infty$$

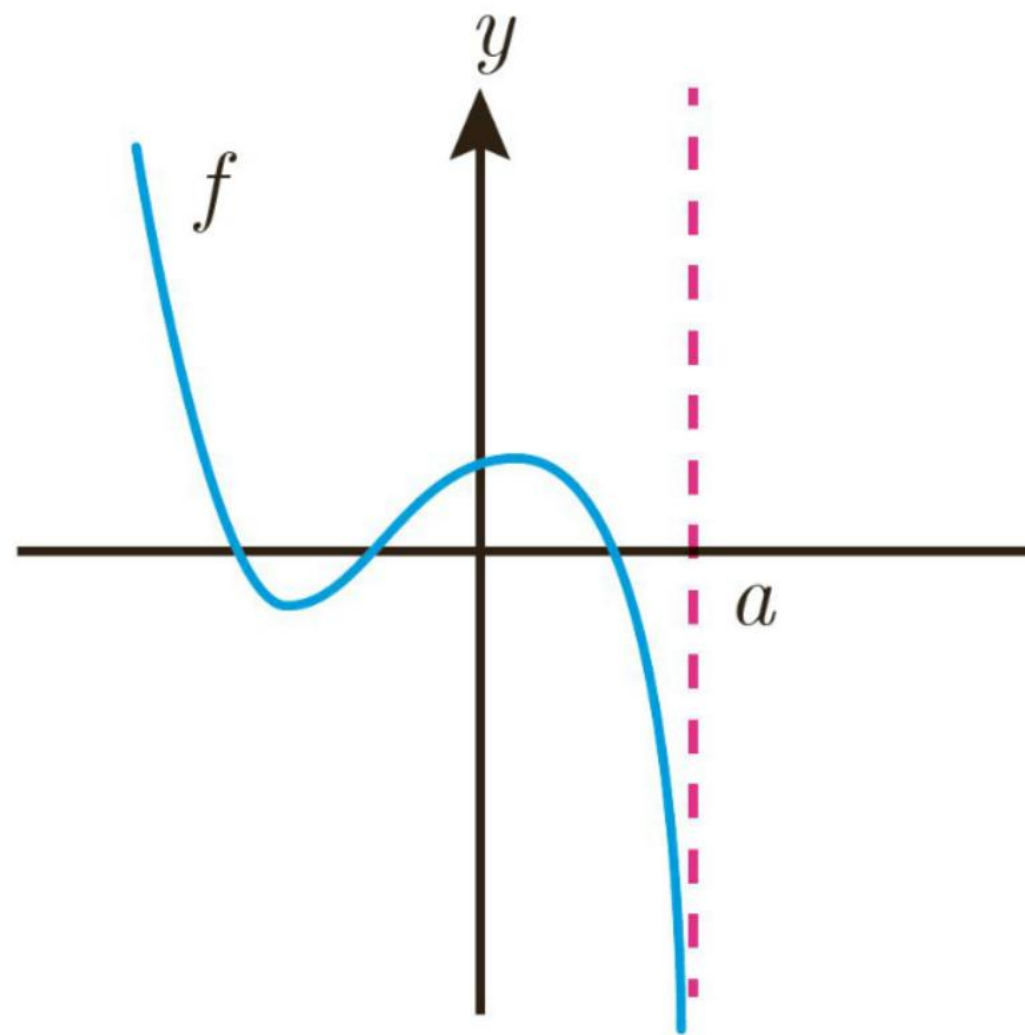


$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = -\infty$$





$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = +\infty$$



$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{F(x)}{g(x)}$$

$\frac{+}{0^+} = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x+1}{x-1} = \frac{3}{0^+} = +\infty$
$\frac{+}{0^-} = -\infty$	$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x+1}{x-1} = \frac{3}{0^-} = -\infty$
$\frac{-}{0^+} = -\infty$	$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-2x+1}{x-1} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$
$\frac{-}{0^-} = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-2x+1}{x-1} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$



مثال

$$\lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{2x}{x-5}$$

مثال

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+1}{\sin^2 x}$$

مثال

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-1}{x^2}$$

مثال

$$\lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{2x}{x-5}$$

مثال

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{[x]-3}{|2x-1|}$$

مثال

$$\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{3}} \frac{[x]}{|3x+1|}$$

مثال

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2}{|x-3|}$$

مثال

حد چپ و راست تابع $f(x) = \frac{1}{x-2}$ را در $x=2$ به دست آورید.

مثال

نمودار تابعی مانند f را رسم کنید که در یک همسایگی محذوف -2 تعریف شده باشد به طوری که $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) = +\infty$. پاسخ خود را با جواب‌های دوستانتان مقایسه کنید.

مثال

حد چپ و راست تابع $f(x) = \frac{1}{x-2}$ را در $x=2$ به دست آورید.



مثال

نمودار تابعی مانند f را رسم کنید که در یک همسایگی محذوف -2 تعریف شده باشد به طوری که $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) = +\infty$. پاسخ خود را با جواب‌های دوستانتان مقایسه کنید.



کدام است؟

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{2x^2 - 4x - 5}{x^2 - x - 6}$$

حاصل عبارت

تست

$+\infty$

$-\infty$

$\pm\infty$

2

کدام است؟

$$\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{2}^-} \frac{1 - \cos x}{\cos x}$$

حاصل عبارت

تست

$+\infty$

$-\infty$

$\pm\infty$

0

نکته اگر جواب حدی وقتی $x \rightarrow a$ ، بی نهایت شد
قطعا $x = a$ ریشه مضاعف مخرج است.

کنکور 93
تست اگر $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 4}{2x^2 + ax + b} = -\infty$ باشد، $a + b$ کدام است؟

-3

3

6

12



۱ الف) نشان دهید چند جمله‌ای $f(x) = 2x^2 + x^3 + 1$ بر دو جمله‌ای $x + 1$ بخش پذیر است.
 ب) به کمک تقسیم، $f(x)$ را به صورت حاصل ضرب عامل‌ها بنویسید.

۲ حدهای زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.

ب) $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 + 3x - 4}{x^2 + 4x^2 + x + 4}$

ب) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 4x^2 - 4x - 5}{x^2 - 25}$

الف) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}} \frac{2x^2 - x}{4x^2 - 1}$

۴ حدهای زیر را تعیین کنید.

ب) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x-1}$

ب) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-1}{|x|}$

الف) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x}$

ج) $\lim_{x \rightarrow \frac{-1}{4}} \frac{4x+1}{(4x+1)^2}$

د) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{-1}{(x-3)^2}$

ت) $\lim_{x \rightarrow -6} \frac{9}{(x+6)^2}$

خ) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1}{\cos x}$

ح) $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{-3x}{x^2 - 4}$

ج) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{1-5x}{x^2 - 9}$

د) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|x|-3}{x-3}$

د) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \tan x$

د) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \tan x$

۳ حدود زیر را در صورت وجود، به دست آورید.

ب) $\lim_{x \rightarrow -8} \frac{2x+16}{\sqrt{x+2}}$

ب) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{2 - \sqrt{x+1}}$

الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{2x-1}}{x^2 - x}$

۵ الف) عبارت $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = +\infty$ به چه معناست؟ توضیح دهید.

ب) عبارت $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty$ به چه معناست؟ توضیح دهید.

پ) نمودار تابعی مانند f را رسم کنید که در هر دو شرط بالا صدق کند. مسئله چند جواب دارد؟

کدام است؟

$$\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{2}^-} \frac{1 - \cos x}{\cos x}$$

نتیجه حاصل عبارت

کدام است؟

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{2x^2 - 4x - 5}{x^2 - x - 6}$$

کدام است؟

نتیجه حاصل عبارت