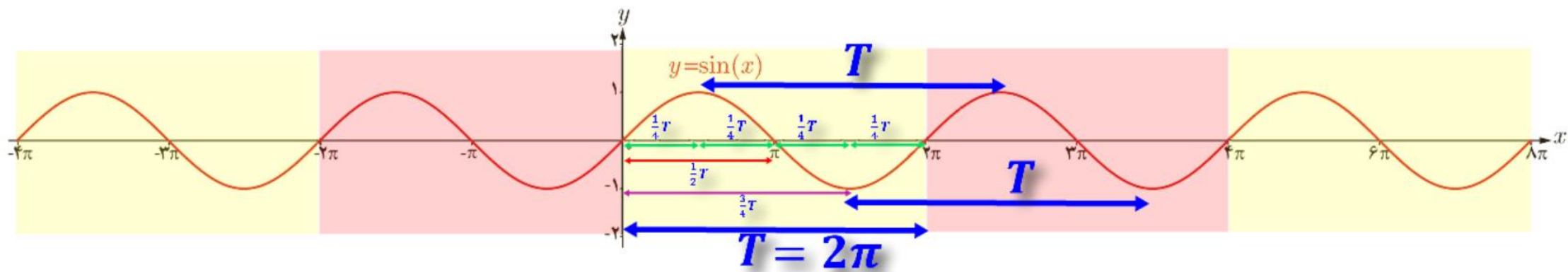


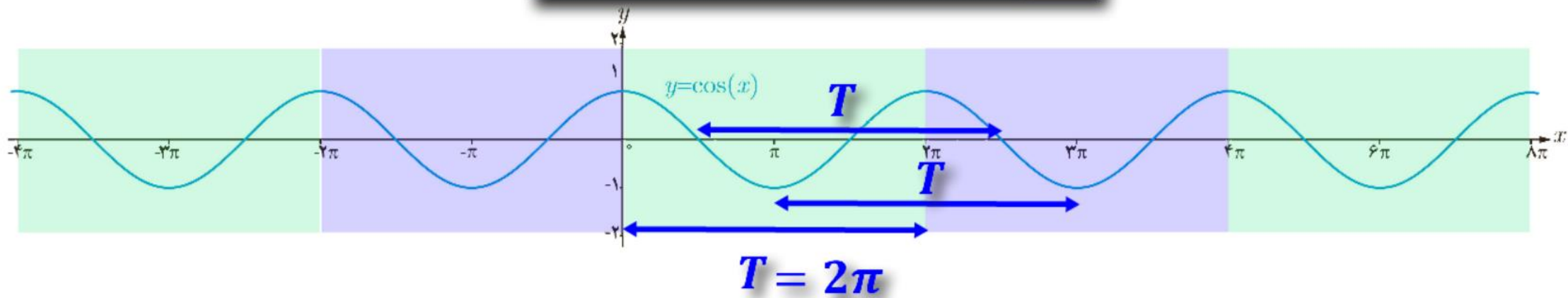
درس 1

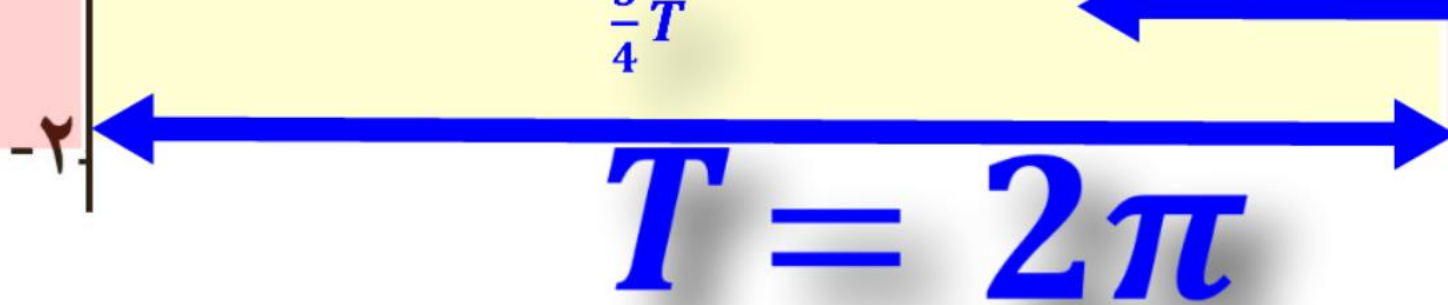
تناوب و تانژانت





تعریف: تابع f را متناوب می‌نامیم هرگاه یک عدد حقیقی مثبت مانند T موجود باشد به طوری که برای هر $x \in D_f$ داشته باشیم $x \pm T \in D_f$ و $f(x \pm T) = f(x)$. کوچک‌ترین عدد مثبت T با این خاصیت را دوره تناوب f می‌نامیم.





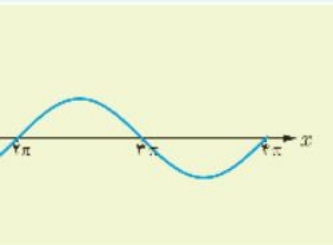
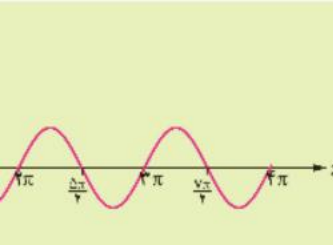
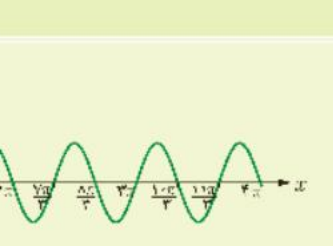
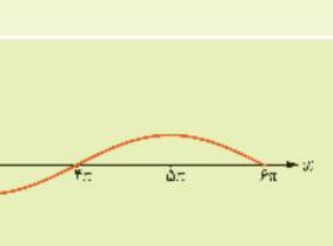
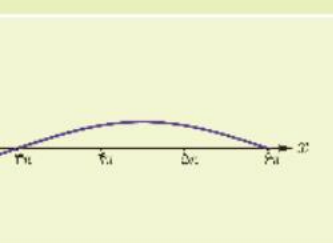
تعریف: تابع f را متناوب می‌نامیم هرگاه یک عدد حقیقی مثبت مانند T موجود باشد به طوری که برای هر $x \in D_f$ داشته باشیم $x \pm T \in D_f$ و $f(x \pm T) = f(x)$. کوچک‌ترین عدد مثبت T با این خاصیت را دوره تناوب f می‌نامیم.

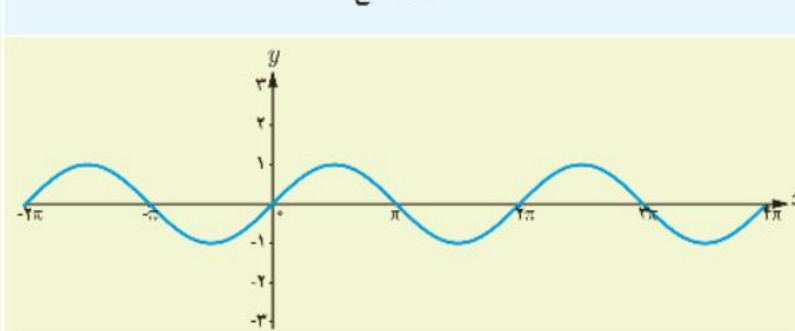
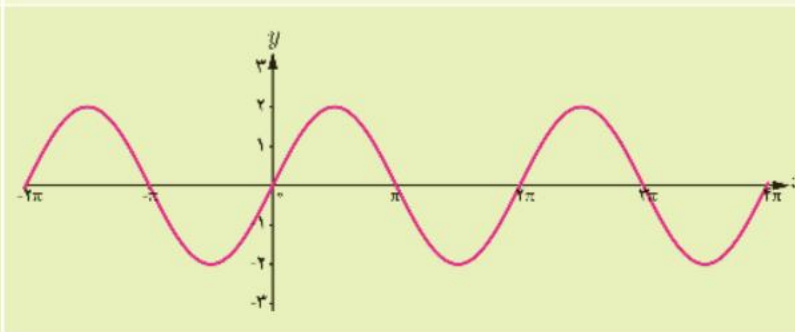
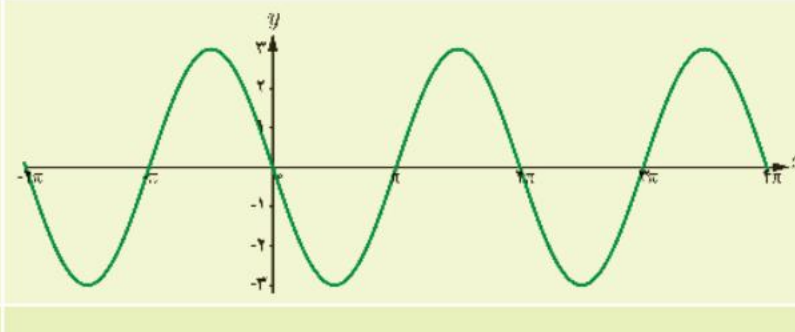
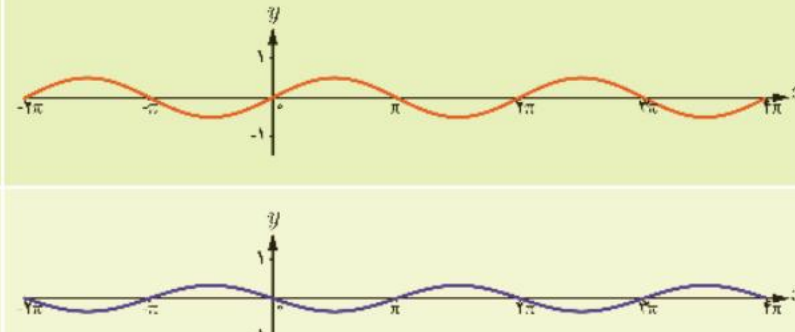



$$y = \cos(x)$$

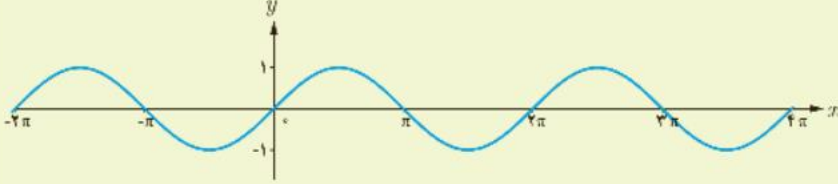
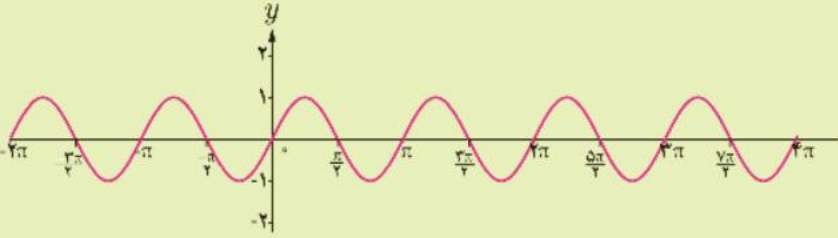
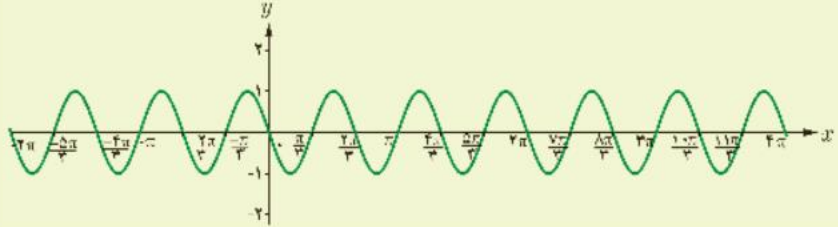
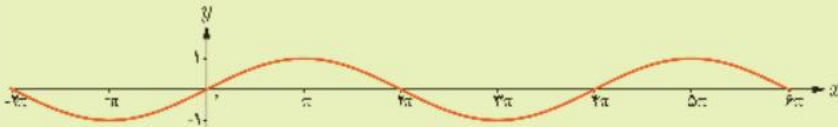
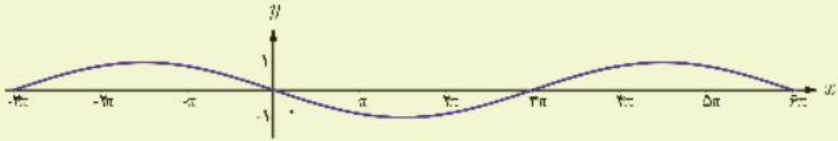
π







دوره تناوب	مینیمم	ماکزیمم
	-1	1





تابع	نمودار تابع	ماکزیمم	مینیمم	دوره تناوب
$y = \sin x$		1	-1	2π
$y = 2 \sin x$		2	-2	2π
$y = -2 \sin x$		3	-3	2π
$y = \frac{1}{2} \sin x$		1/2	-1/2	2π
$y = -\frac{1}{2} \sin x$		1/2	-1/2	2π



تابع	نمودار تابع	ماکزیمم	مینیمم	دوره تناوب
$y = \sin x$	 A graph of the sine function y = sin x. The x-axis is labeled with multiples of pi: -2pi, -pi, pi, 2pi, 3pi, 4pi. The y-axis ranges from -1 to 1. The curve passes through the origin (0,0) and has a period of 2pi.	1	-1	2pi
$y = \sin 2x$	 A graph of the sine function y = sin 2x. The x-axis is labeled with multiples of pi/2: -2pi, -3pi/2, -pi, -pi/2, pi/2, pi, 3pi/2, 2pi, 5pi/2, 3pi. The y-axis ranges from -1 to 1. The curve has a period of pi.	1	-1	pi
$y = \sin(-2x)$	 A graph of the sine function y = sin(-2x). The x-axis is labeled with multiples of pi/3: -2pi, -5pi/3, -4pi/3, -pi, -2pi/3, -pi/3, pi/3, 2pi/3, pi, 4pi/3, 5pi/3, 2pi. The y-axis ranges from -1 to 1. The curve has a period of 2pi/3.	1	-1	$\frac{2\pi}{3}$
$y = \sin \frac{x}{2}$	 A graph of the sine function y = sin(x/2). The x-axis is labeled with multiples of pi: -2pi, -pi, pi, 2pi, 3pi, 4pi, 5pi, 6pi. The y-axis ranges from -1 to 1. The curve has a period of 4pi.	1	-1	4pi
$y = \sin(-\frac{x}{3})$	 A graph of the sine function y = sin(-x/3). The x-axis is labeled with multiples of pi: -2pi, -pi, pi, 2pi, 3pi, 4pi, 5pi, 6pi. The y-axis ranges from -1 to 1. The curve has a period of 6pi.	1	-1	6pi

تابع	نمودار تابع
$y = \sin x$	
$y = 2 \sin x$	
$y = -2 \sin x$	
$y = \frac{1}{2} \sin x$	



$$y = a \sin bx + c$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|}$$

$$\max = |a| + c$$

$$\min = -|a| + c$$

$$y = 3 \sin(3x) - 2$$

$$y = -\frac{1}{\pi} \cos(\pi x)$$

$$y = a \cos bx + c$$

$$|a| = \frac{\max - \min}{2}$$

$$c = \frac{\max + \min}{2}$$

$$y = \pi \sin(-x) + 1$$

$$y = \Lambda \cos\left(\frac{x}{\pi}\right)$$



پیدا کردن معادله از روی نمودار

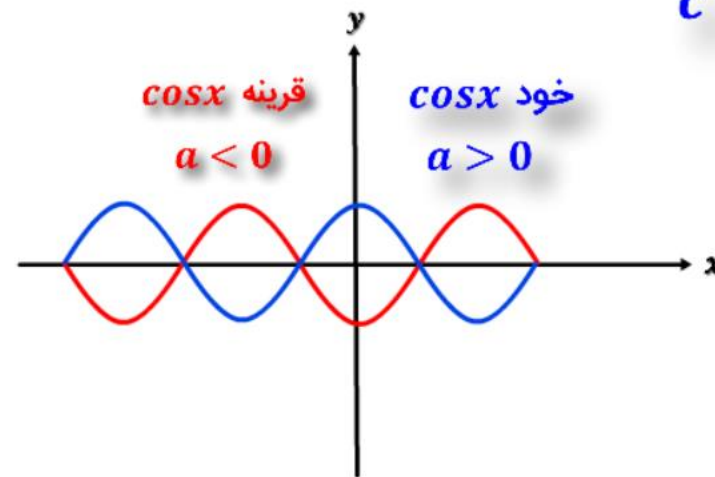
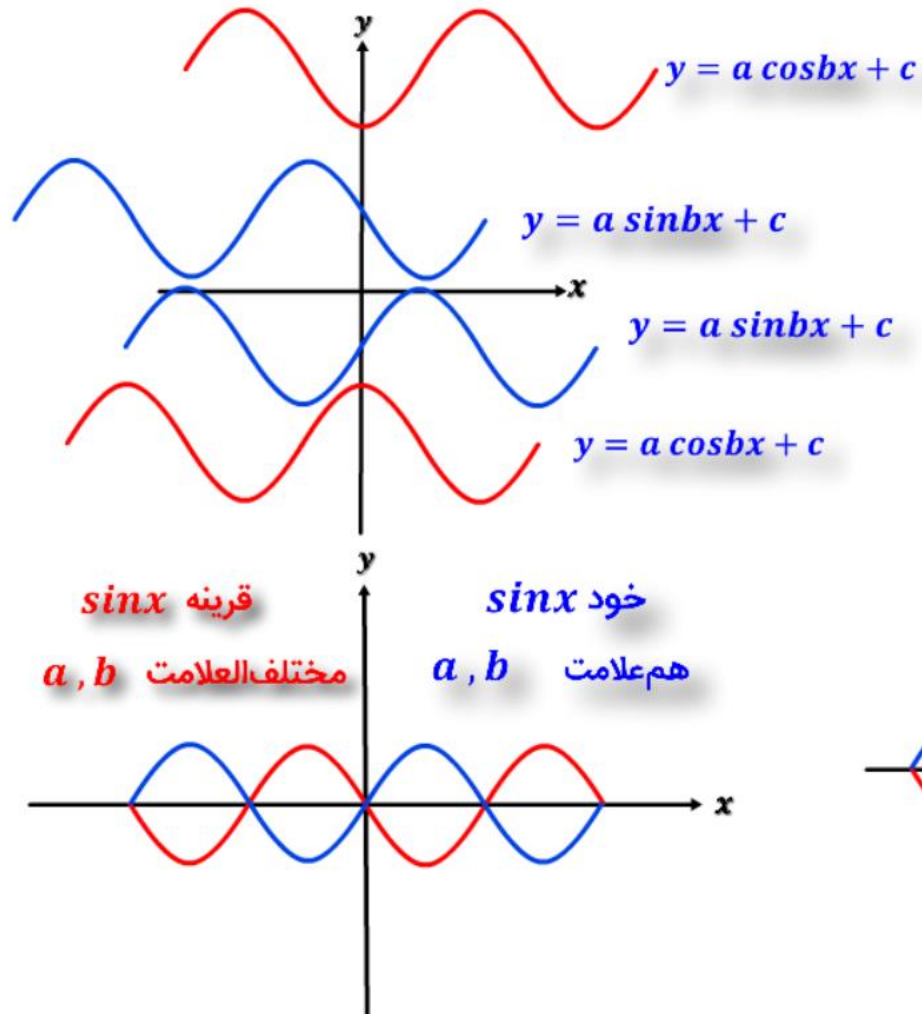
تشخیص سینوس یا کسینوس

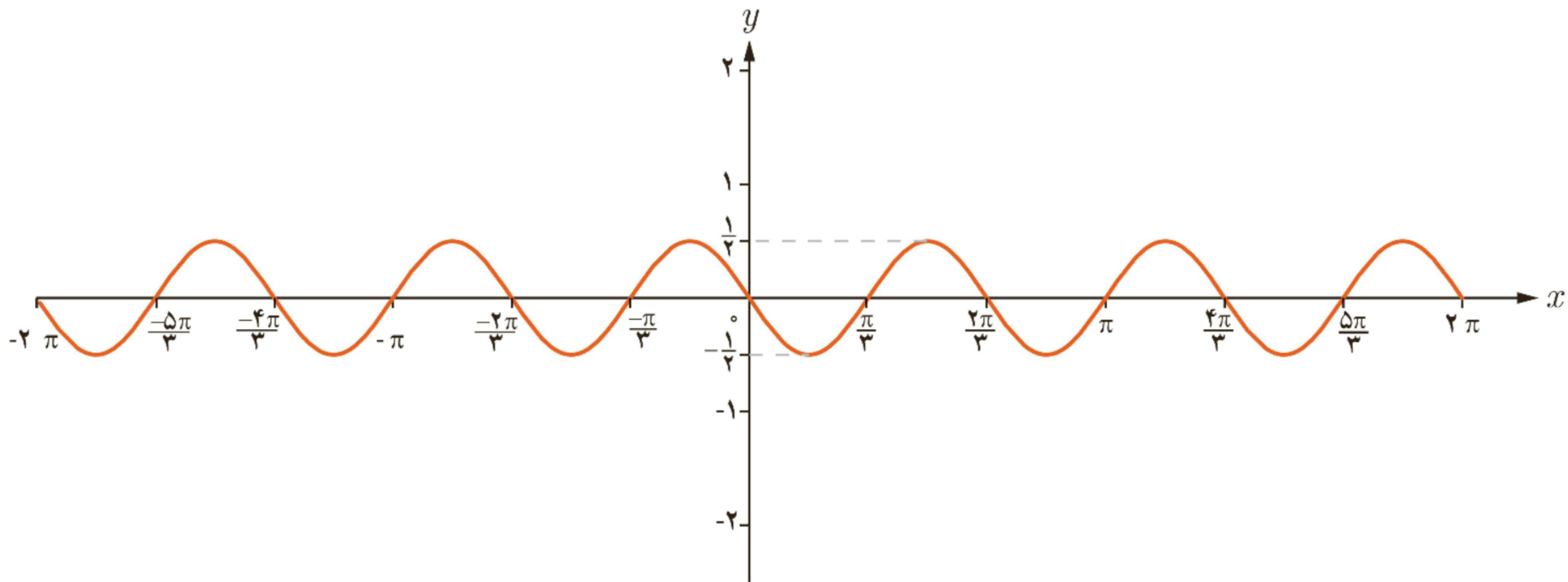
تعیین علامت a و b

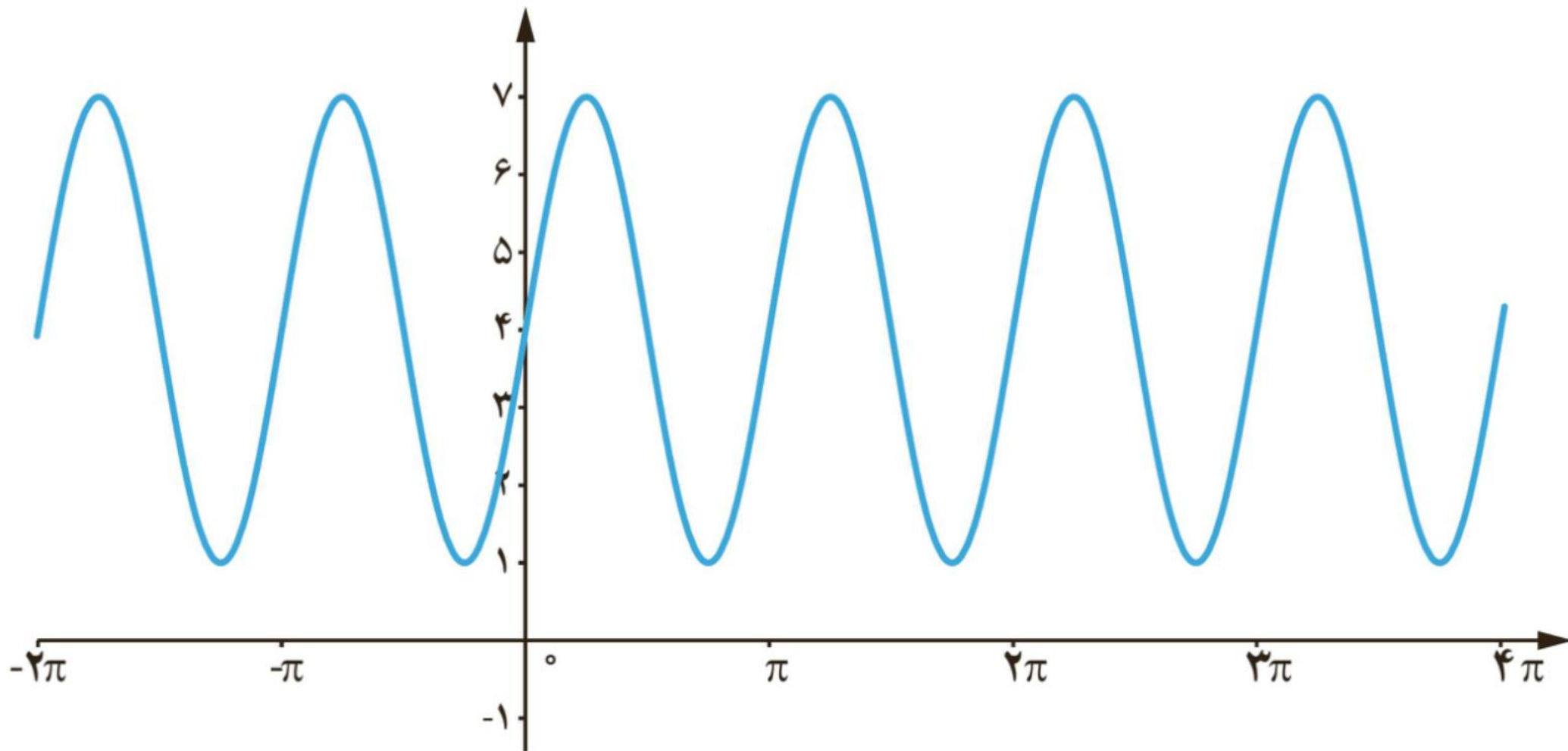
به دست آوردن b از طریق دوره

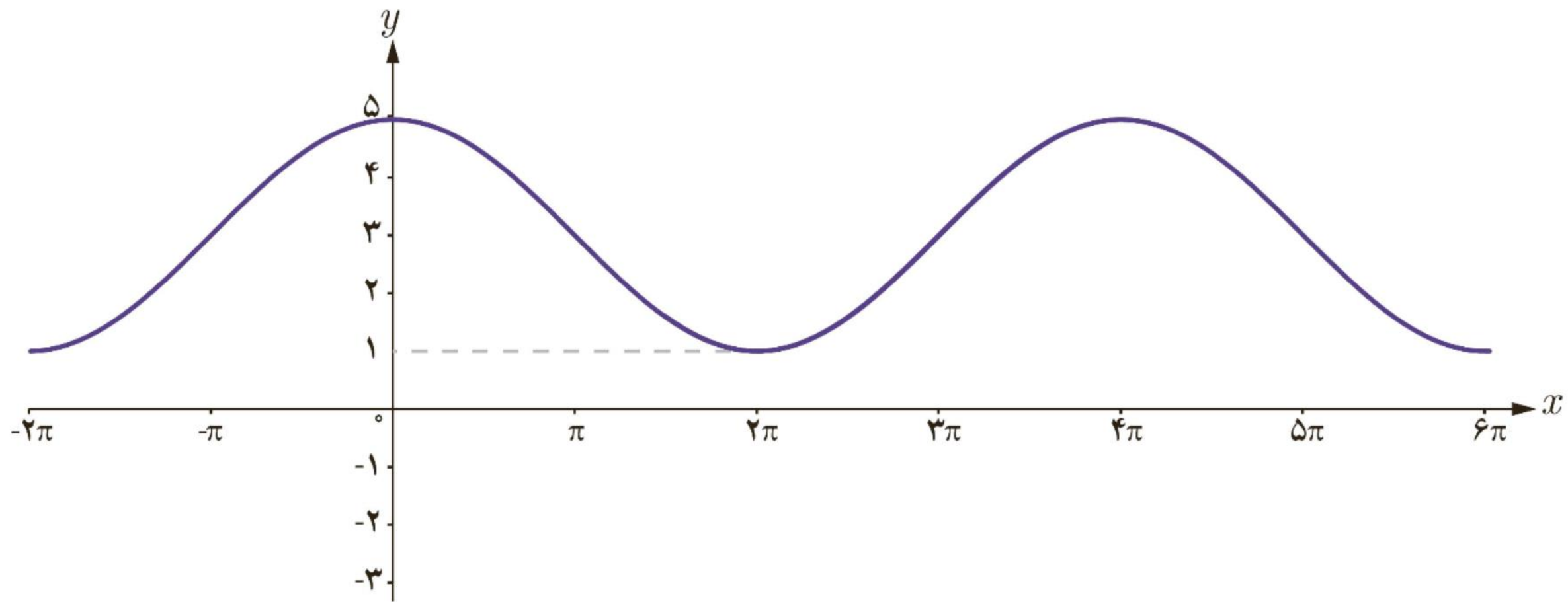
به دست آوردن a

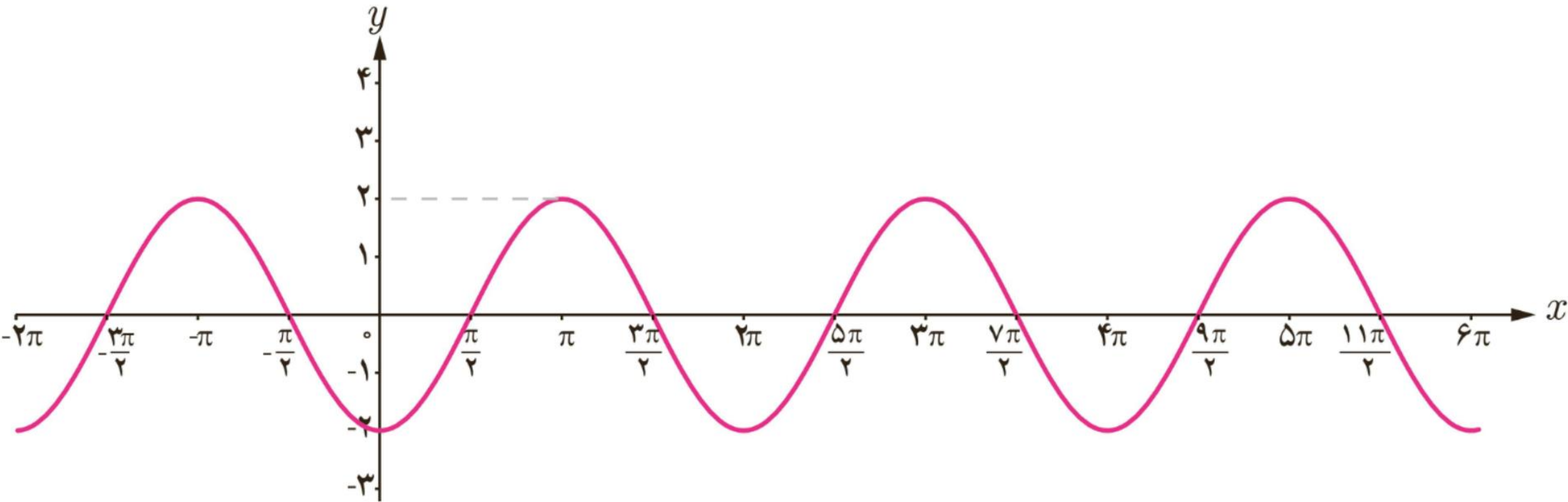
به دست آوردن c







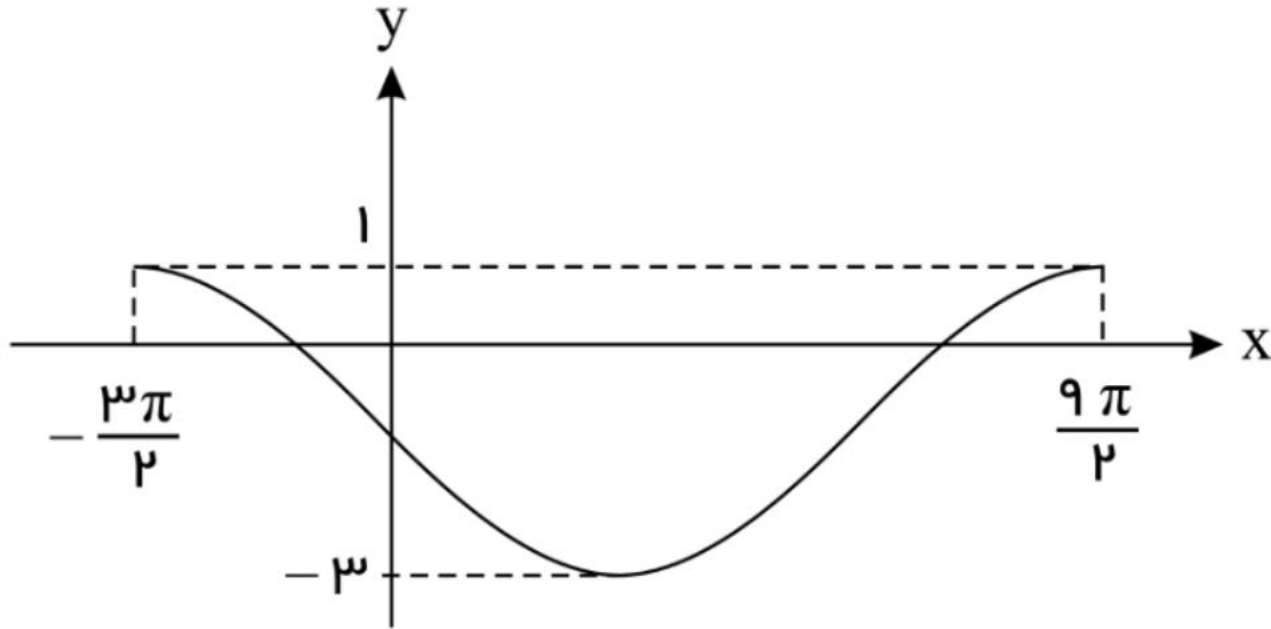




سراسری - ۱۳۹۹

تست

شکل زیر، نمودار تابع $y = a \sin(bx) + c$ را در یک بازه تناوب، نشان می‌دهد. نسبت $\frac{a}{b}$ ، کدام است؟ سراسری - ۱۳۹۹



-۲

-۳

-۴

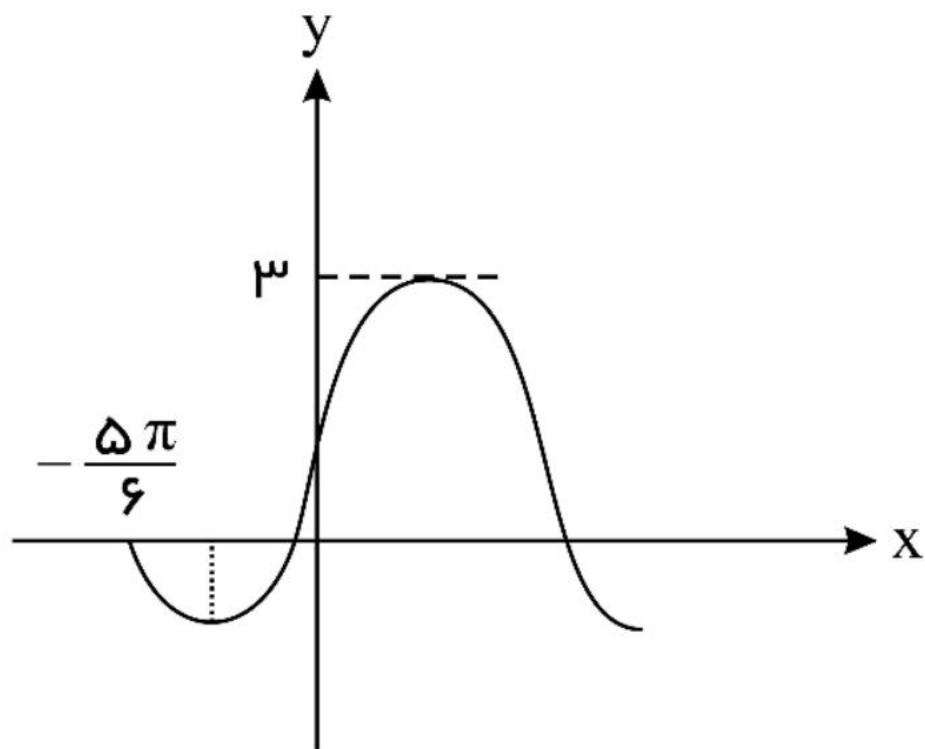
-۶



خارج از کشور - ۱۳۹۸

تست

شکل روبه‌رو، قسمتی از نمودار تابع $y = a + b \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ است. مقدار تابع در $x = \frac{\pi}{6}$ کدام است؟ خارج از کشور - ۱۳۹۸



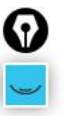
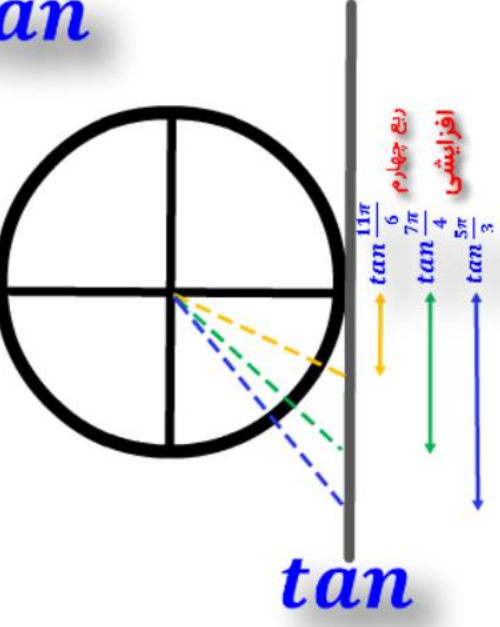
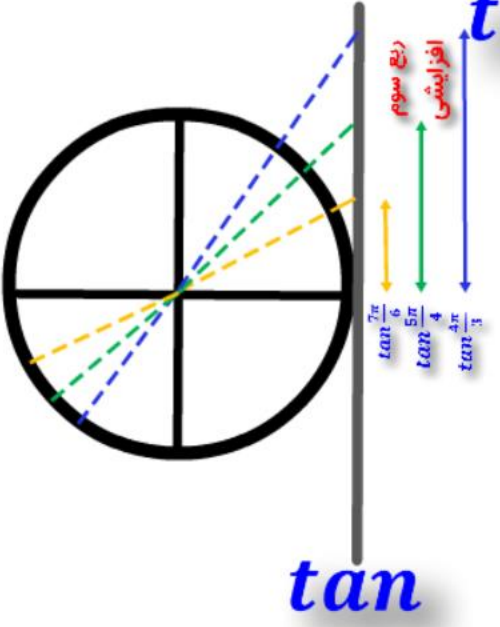
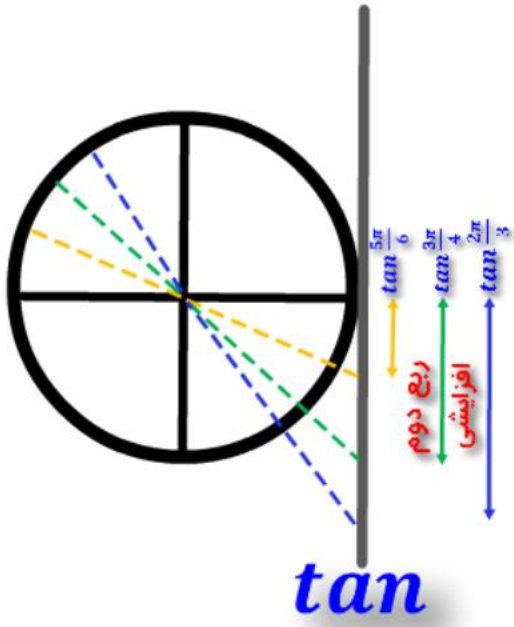
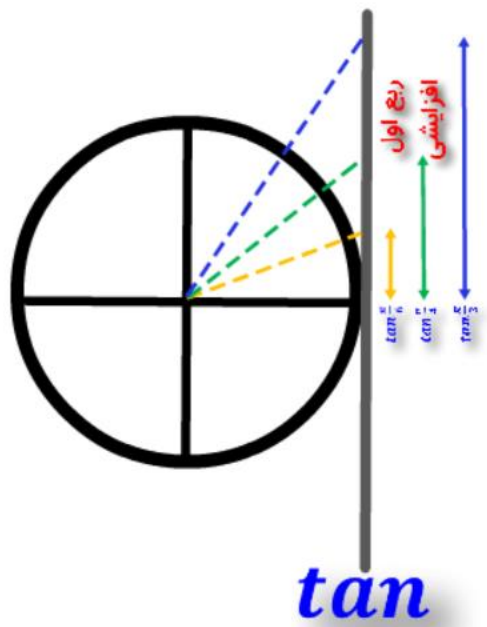
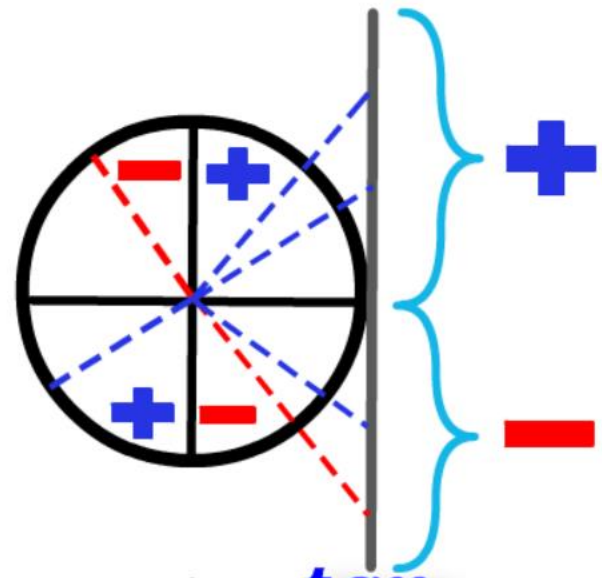
۱٫۵

۲

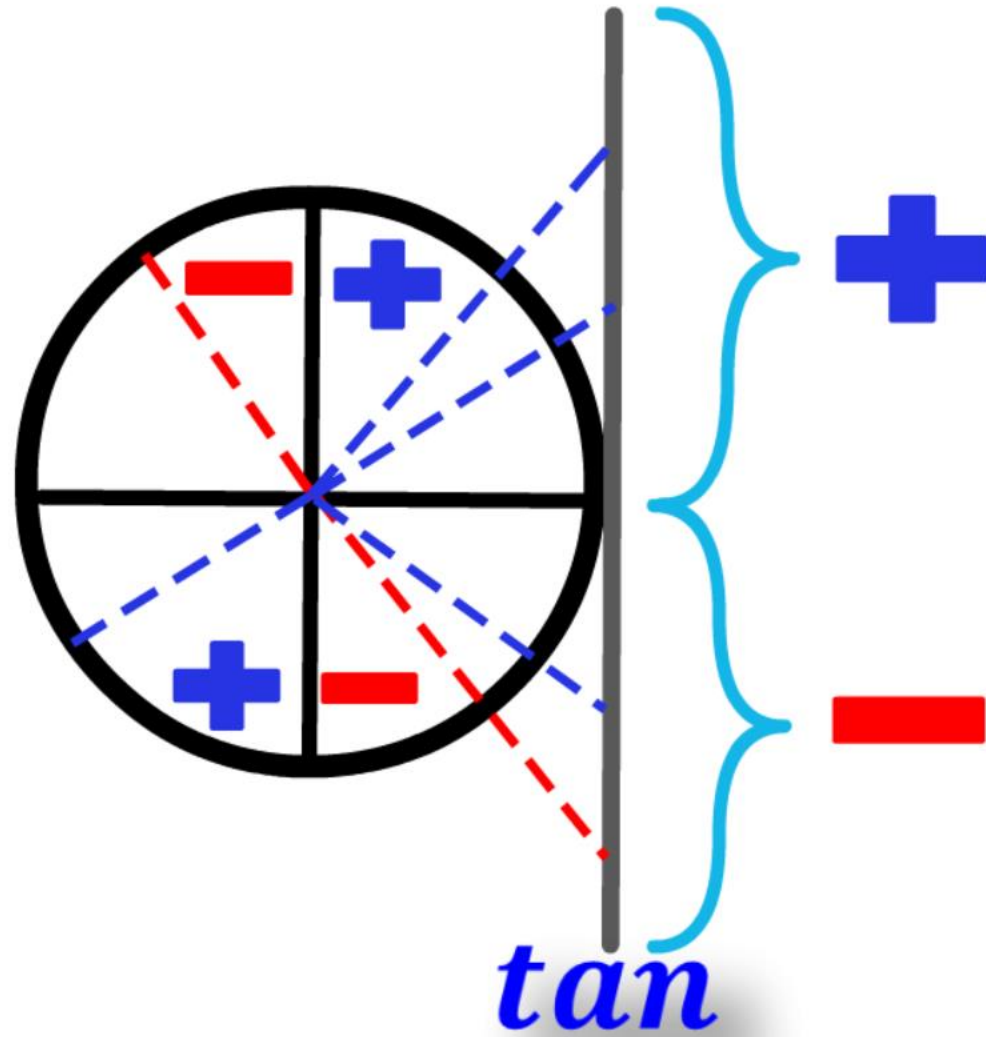
۲٫۵

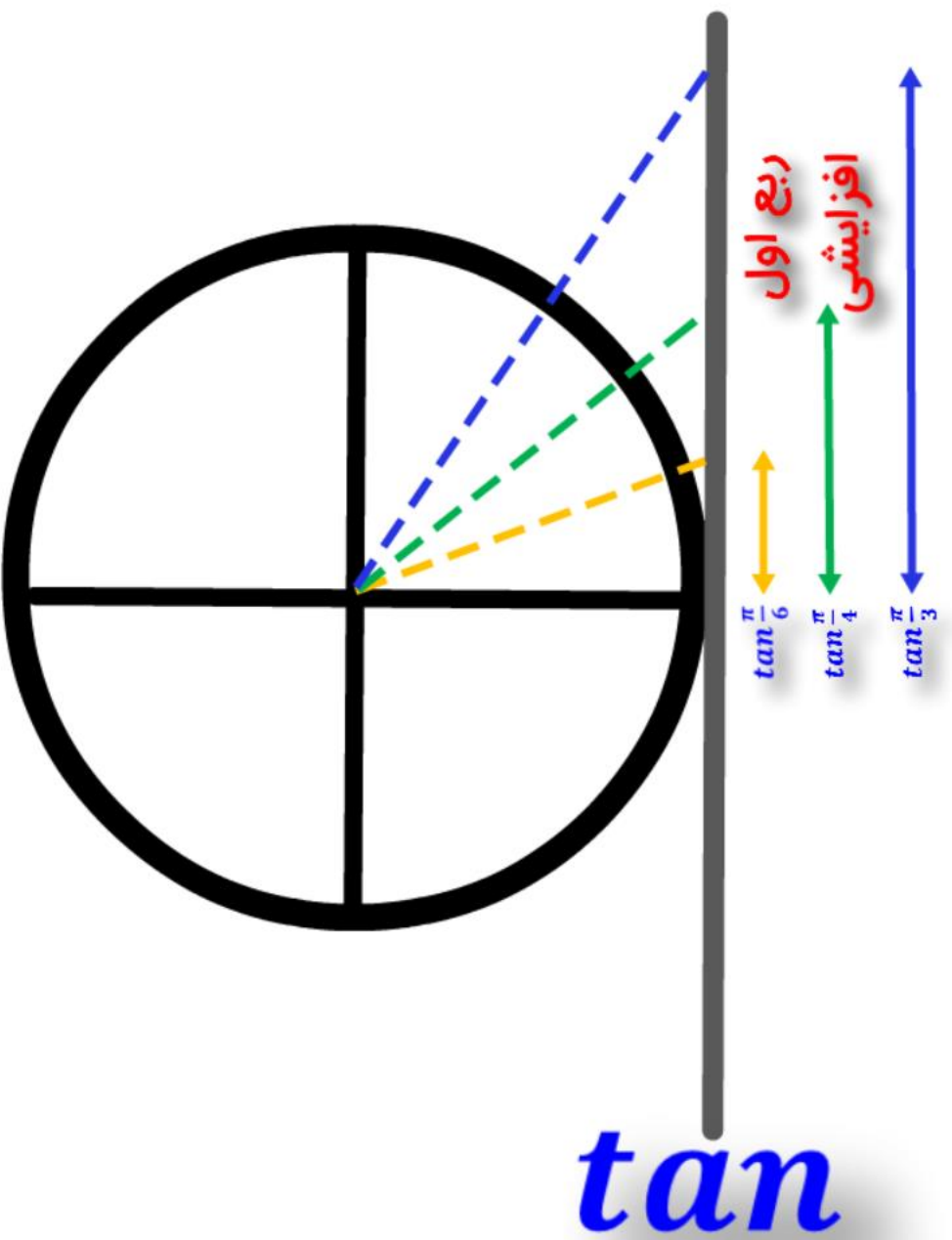
$1 + \sqrt{3}$

تانزانت



تائزانت





\tan

ربع اول
افزایشی

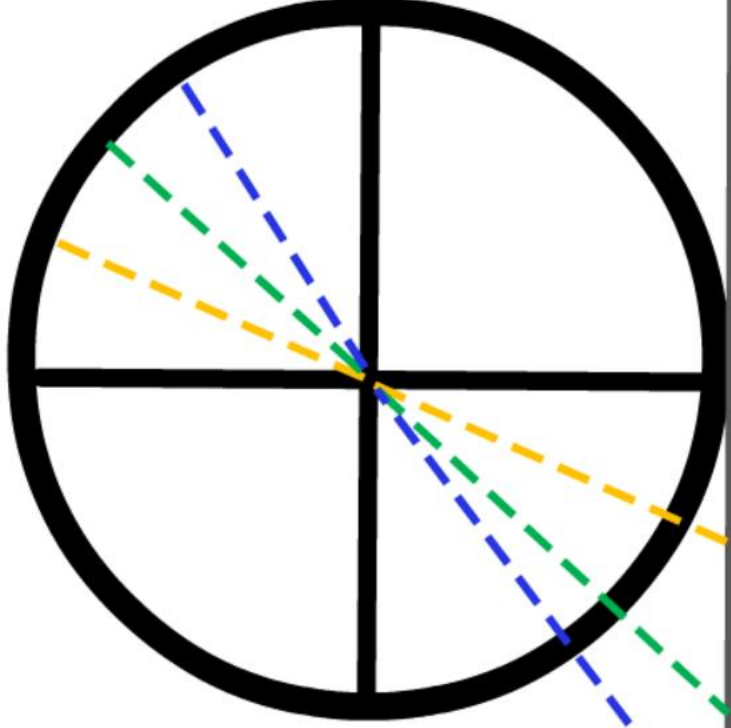
$\tan \frac{\pi}{6}$
 $\tan \frac{\pi}{4}$
 $\tan \frac{\pi}{3}$

tan



افزایشی

$$\tan \frac{\pi}{3}$$



$$\tan \frac{5\pi}{6}$$

ربع دوم

افزایشی

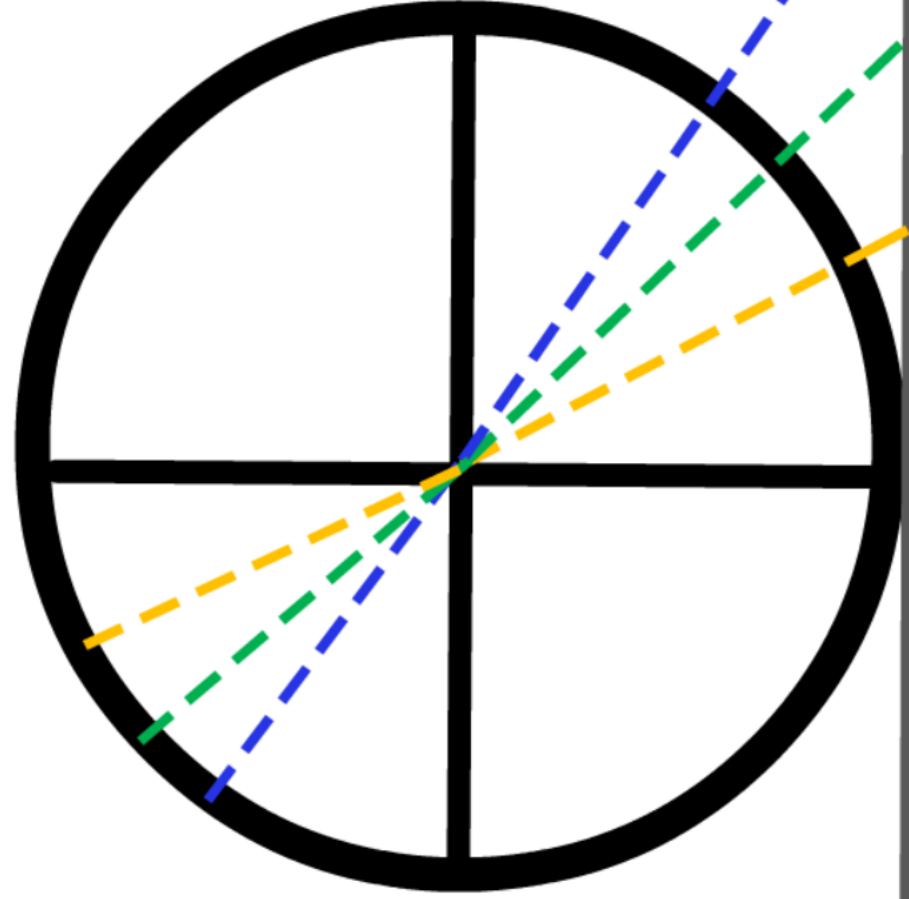
$$\tan \frac{3\pi}{4}$$

$$\tan \frac{2\pi}{3}$$

tan



$\tan \frac{\pi}{3}$



$\tan \frac{7\pi}{6}$

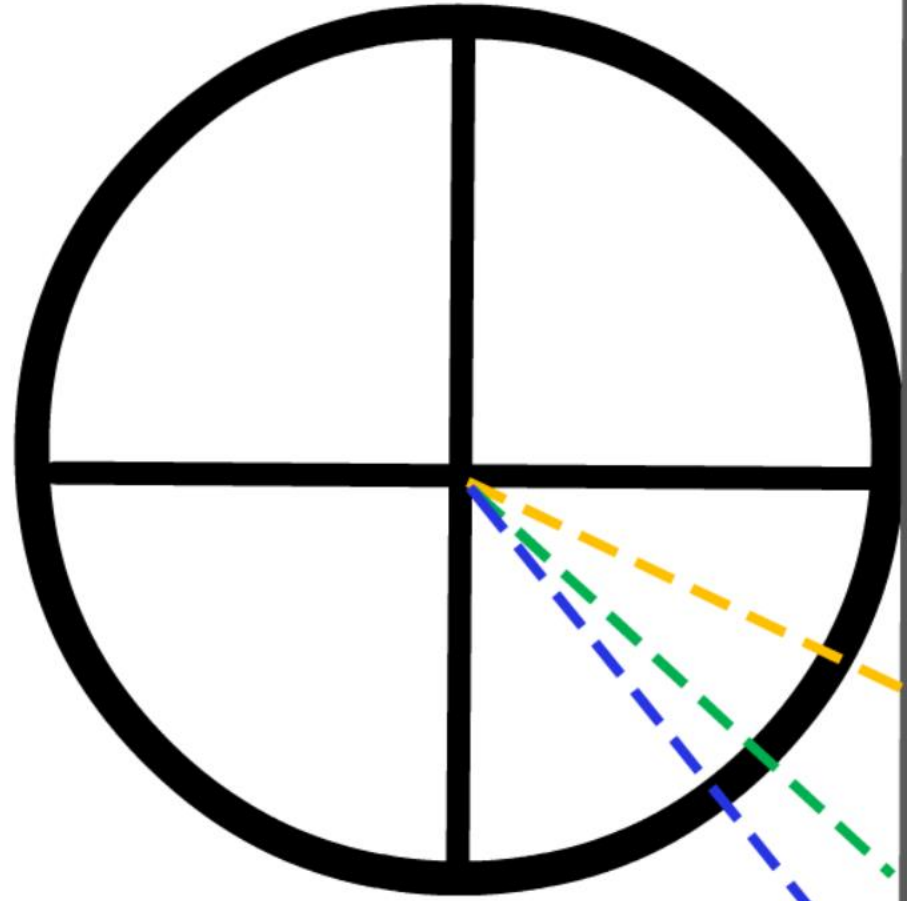
ربع سوم

$\tan \frac{5\pi}{4}$

افزایشی

$\tan \frac{4\pi}{3}$

\tan



$\tan \frac{11\pi}{6}$

ربع چهارم

$\tan \frac{7\pi}{4}$

افزایشی

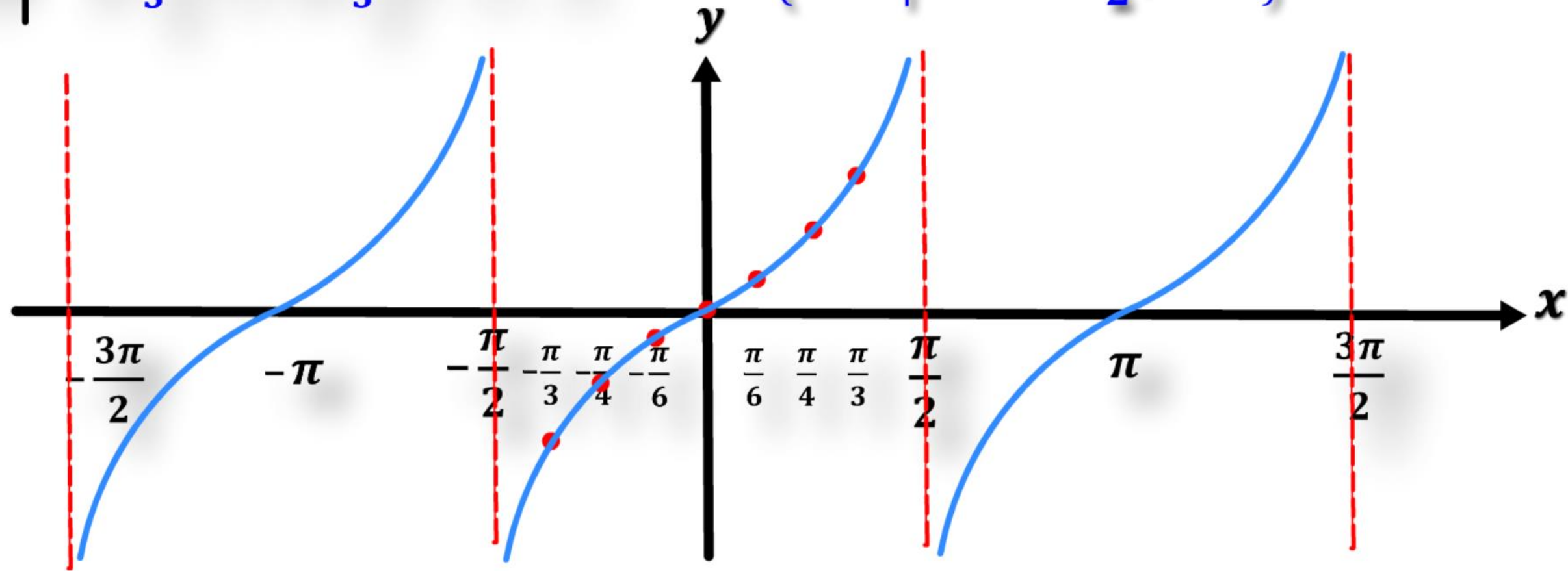
$\tan \frac{5\pi}{3}$

رسم تانژانت

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{6}$	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{3}$
y	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$

$$T = \pi$$

$$D = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$$



۱ دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم هر یک از توابع زیر را به دست آورید.

الف) $y = 1 + 2 \sin 7x$

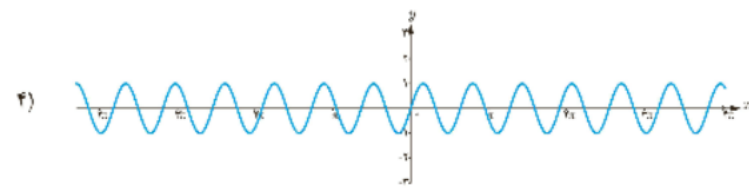
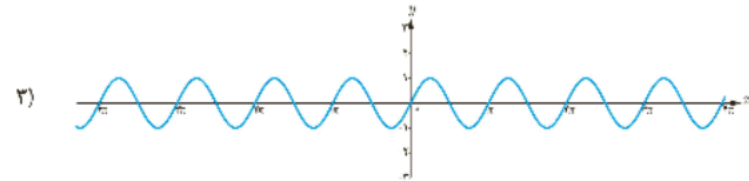
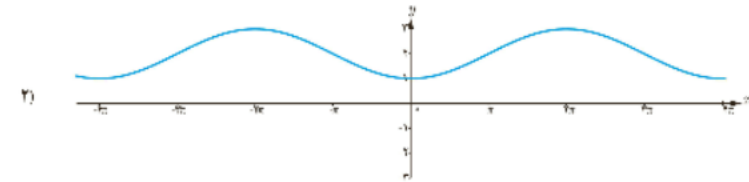
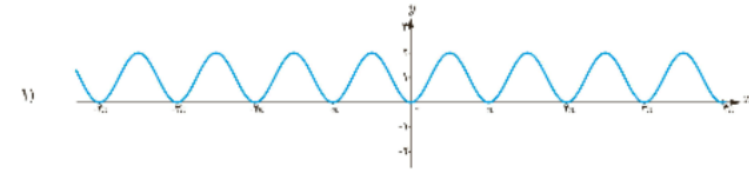
ب) $y = \sqrt{3} - \cos \frac{\pi}{4} x$

پ) $y = -\pi \sin(\frac{x}{\pi}) - 2$

ت) $y = -\frac{3}{\pi} \cos 3x$

۲ هر یک از توابع داده شده را با نمودارهای زیر نظیر کنید.

الف) $y = \sin \pi x$ ب) $y = 2 - \cos \frac{1}{\pi} x$ ج) $y = \sin 2x$ ت) $y = 1 - \cos 2x$



۳ در هر مورد ضابطه تابعی مثلثاتی یا دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم داده شده بنویسید.

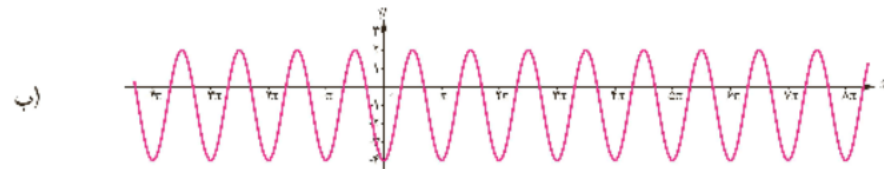
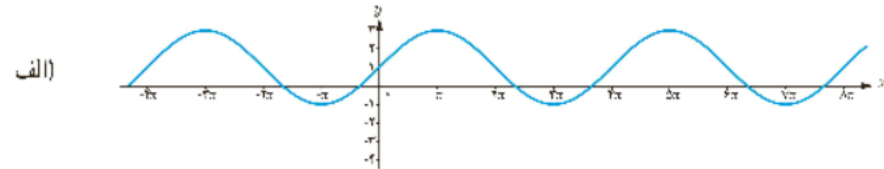
الف) $T = \pi$, $\max = 2$, $\min = -2$

ب) $T = 3$, $\max = 9$, $\min = 3$

پ) $T = 4\pi$, $\max = -1$, $\min = -7$

ت) $T = \frac{\pi}{3}$, $\max = 1$, $\min = -1$

۴ ضابطه مربوط به هر یک از نمودارهای داده شده را بنویسید.



۵ کدام یک از جملات زیر درست و کدام یک نادرست است؟

الف) تابع تناوب در دامنه اش صعودی است.

ب) می توان بازه ای یافت که تابع تناوب در آن نزولی باشد.

پ) تابع تناوب در هر بازه که در آن تعریف شده باشد، صعودی است.

۶ با توجه به محورهای سینوس و تناوب، در موارد زیر مقادیر $\sin \alpha$ و $\tan \alpha$ را با هم مقایسه کنید :

الف) $0 < \alpha < \frac{\pi}{3}$ ب) $\frac{2\pi}{3} < \alpha < 2\pi$



۱ دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم هر یک از توابع زیر را به دست آورید.

الف) $y = 1 + 2 \sin 7x$

ب) $y = \sqrt{3} - \cos \frac{\pi}{4} x$

پ) $y = -\pi \sin\left(\frac{x}{4}\right) - 2$

ت) $y = -\frac{3}{4} \cos 3x$

۲ هر یک از توابع داده شده را با نمودارهای زیر نظیر کنید.

ت) $y = 1 - \cos 2x$

پ) $y = \sin 2x$

ب) $y = 2 - \cos \frac{1}{4} x$

الف) $y = \sin \pi x$

۲ هر یک از توابع داده شده را با نمودارهای زیر نظیر کنید.

ت) $y = -\frac{1}{4} \cos 2x$

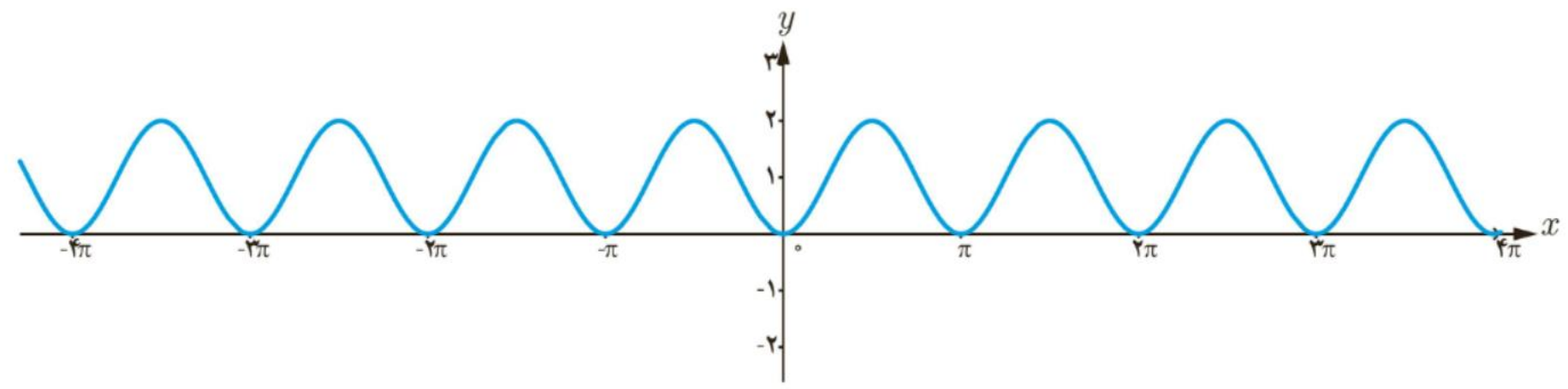
ت) $y = 1 - \cos 2x$

پ) $y = \sin 2x$

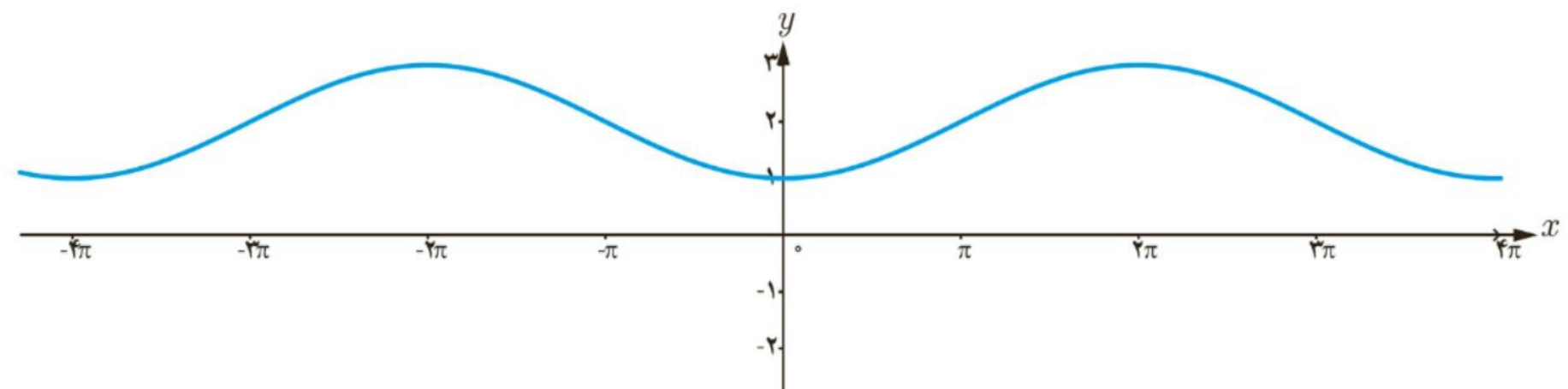
ب) $y = 2 - \cos \frac{1}{2}x$

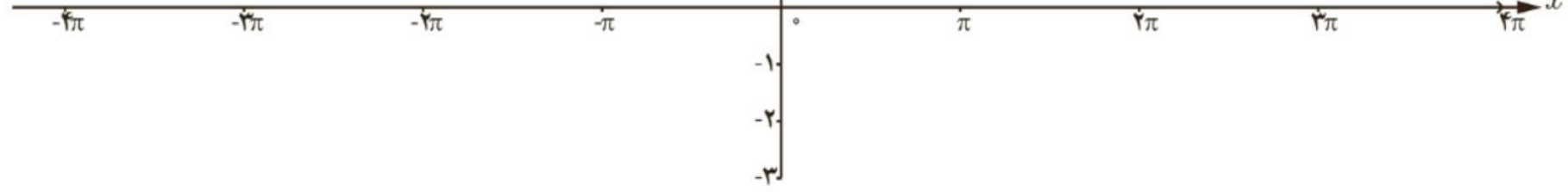
الف) $y = \sin \pi x$

۱)

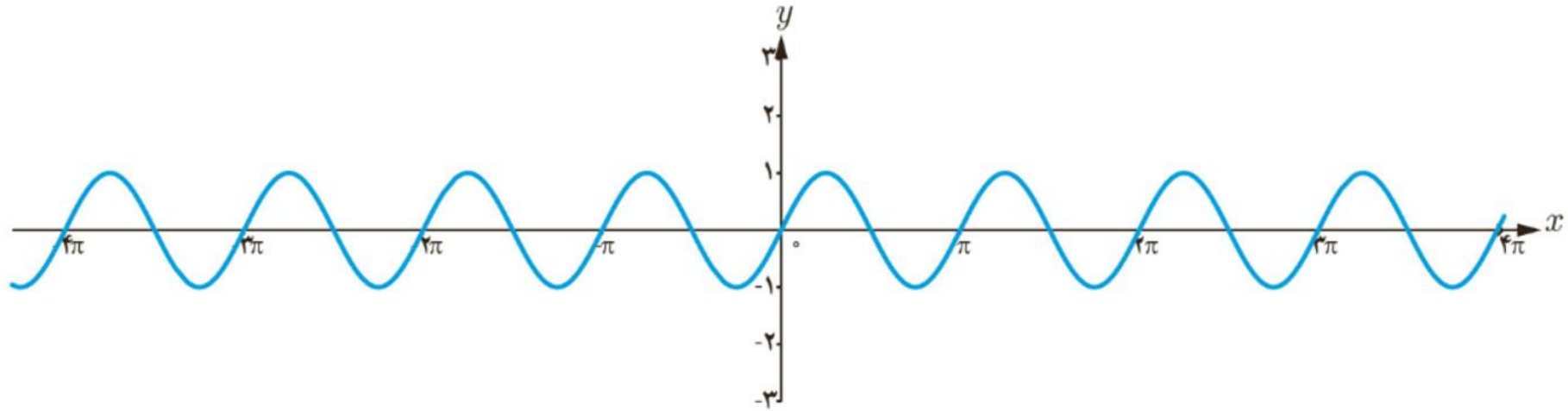


۲)

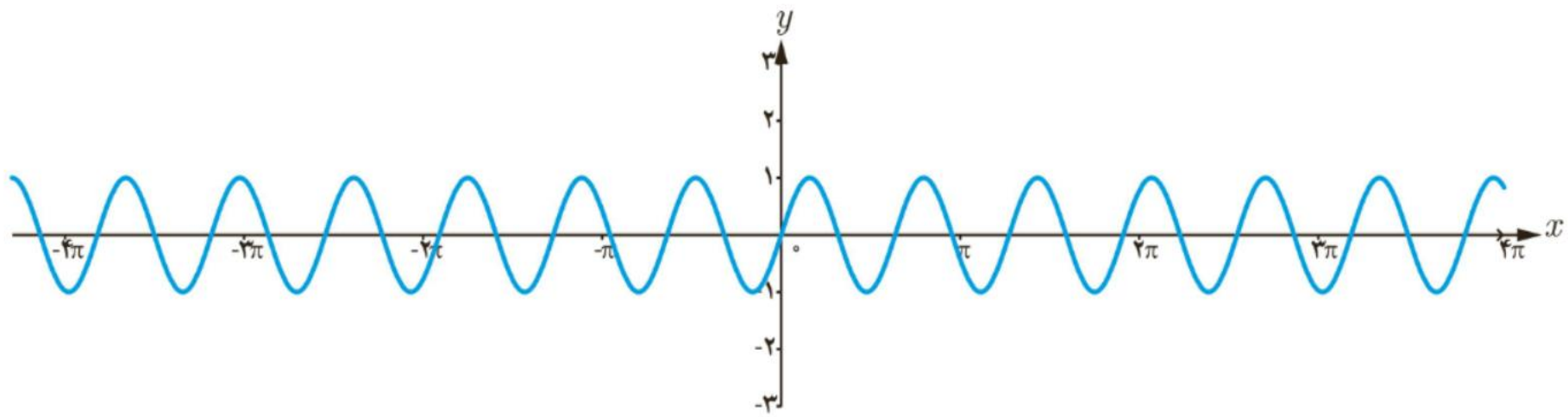




۳)



۴)



۳

در هر مورد ضابطه تابعی مثلثاتی با دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم داده شده بنویسید.

الف) $T = \pi$, $\max = 3$, $\min = -3$

ب) $T = 3$, $\max = 9$, $\min = 3$

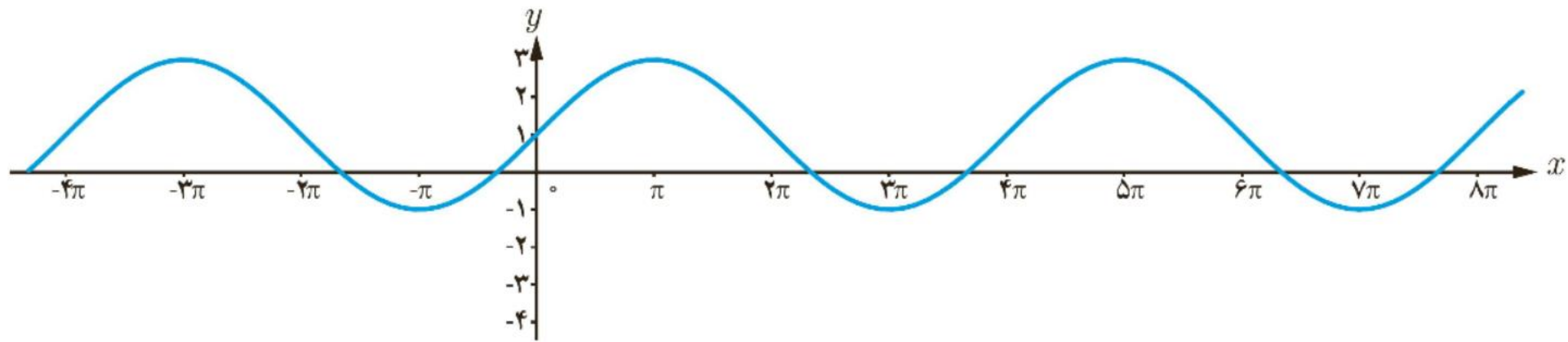
پ) $T = 4\pi$, $\max = -1$, $\min = -7$

ت) $T = \frac{\pi}{2}$, $\max = 1$, $\min = -1$

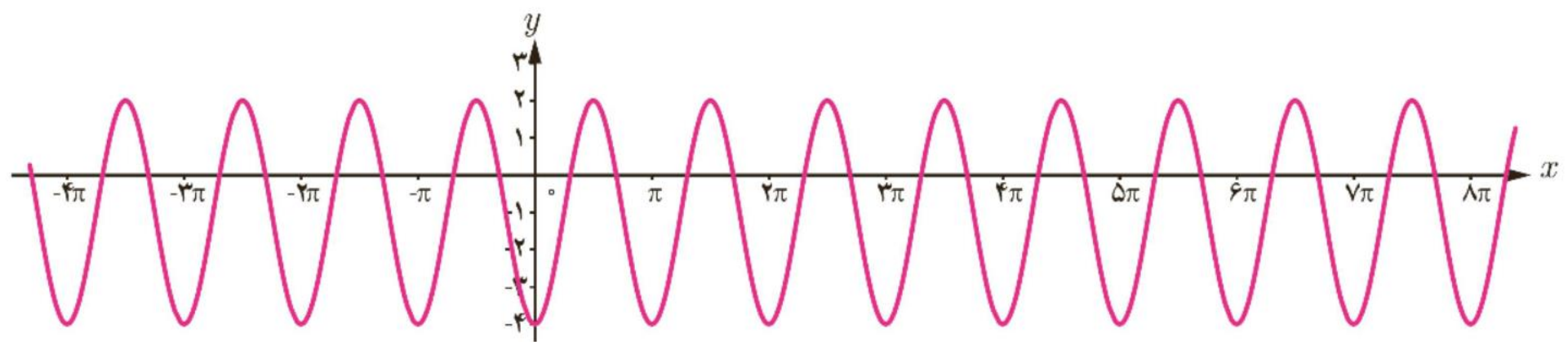
۴

ضابطه مربوط به هر یک از نمودارهای داده شده را بنویسید.

۴ ضابطهٔ مربوط به هر یک از نمودارهای داده شده را بنویسید.



الف)



ب)

۵ کدام یک از حملات زیر درست و کدام یک نادرست است؟

۵ کدام یک از جملات زیر درست و کدام یک نادرست است؟

الف) تابع تانژانت در دامنه‌اش صعودی است.

ب) می‌توان بازه‌ای یافت که تابع تانژانت در آن نزولی باشد.

پ) تابع تانژانت در هر بازه که در آن تعریف شده باشد، صعودی است.

۶ با توجه به محورهای سینوس و تانژانت، در موارد زیر مقادیر $\sin \alpha$ و $\tan \alpha$ را با هم مقایسه کنید :

$$\text{ب) } \frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$$

$$\text{الف) } 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$$