

۱- درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.

الف) درجه متغیر X و Y در عبارت $4X^2ZY$ برابر ۳ است.
 ب) مجموعه $\{2, \{3, 4\}\}$ دارای ۲ عضو است.

ج) معادله $y = x^2$ یک رابطه خطی است.
 د) عبارت $3X - 3 = 2X$ یک اتحاد است.

« پاسخ »

الف) درست ب) درست ج) نادرست د) نادرست

۲- الف) حاصل عبارت‌های زیر را با کمک اتحادها به دست آورید. (۱/۵ نمره)

الف) $(5x + 4)(5x - 3) =$

ب) $(101)^2 =$

ب) عبارت زیر را به زبان ریاضی بنویسید. (۰/۵ نمره)

«اگر پول علی را سه برابر کنیم، حداقل ۴۰۰ تومان از دو برابر پولش بیش تر می شود.»

« پاسخ »

الف)

الف) $25x^2 + 5x - 12$

ب) $(100 + 1)^2 = (100)^2 + 2(100)(1) + 1 = 10000 + 200 + 1 = 10201$

$3x > 2x + 400$

ب)

۳- نامعادله زیر را حل کنید. (۰/۷۵ نمره)

$2(x - 3) + 5 < 5 - x$

« پاسخ »

$2x - 6 + 5 < 5 - x \rightarrow 2x + x < 5 - 5 + 6 \rightarrow 3x < 6 \rightarrow x < 2$

۴- عبارت‌های زیر را تجزیه کنید. (۱/۵ نمره)

الف) $x^3 - 2x^2 - 8x =$

ب) $x^4 - 1 =$

« پاسخ »

الف) $x(x^2 - 2x - 8) = x(x - 4)(x + 2)$

الف)

ب) $(x^2 - 1)(x^2 + 1) = (x - 1)(x + 1)(x^2 + 1)$

ب)

۵- حاصل هریک از عبارتهای زیر را با استفاده از اتحادها به دست آورید. (۱ نمره)

الف) $(3x + 2y)^2 =$
 ب) $(x + 4)(x - 4) =$

« پاسخ »

$9x^2 + 12xy + 4y^2$
 $x^2 - 16$

(الف)

(ب)

۶- الف) با استفاده از اتحاد مزدوج عبارت زیر را تجزیه کنید. (۲ نمره)

$x^2 - 36 =$

ب) با استفاده از اتحاد جمله مشترک حاصل عبارت روبرو را به دست آورید.

$(y + 4)(y - 5) =$

ج) مجموعه جواب نامعادله روبرو را به دست آورید و روی محور نشان دهید.

$2x + 7 < 5$

« پاسخ »

$x^2 - 36 = (x - 6)(x + 6)$

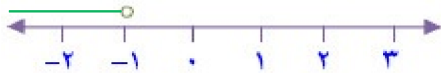
(الف)

$y^2 + (4 - 5)y + (4 \times (-5)) = y^2 - y - 20$

(ب)

$2x < 5 - 7 \Rightarrow 2x < -2 \Rightarrow x < -1$

(ج)



$3(2x - 5) < 6 - x$

۷- مجموعه جواب نامعادلهی مقابل را بدست آورید.

« پاسخ »

$6x - 15 < 6 - x \rightarrow 6x + x < 6 + 15 \rightarrow 7x < 21 \rightarrow x < 3$

(هر قسمت ۰/۲۵ نمره)

$x^2 - x - 6 =$

۸- عبارت مقابل را به کمک اتحاد تجزیه کنید.

« پاسخ »

$x^2 - x - 6 = (x - 3)(x + 2)$ اتحاد جمله مشترک

تجزیه صحیح ۰/۷۵ نمره

$$(a - 7)^2 =$$

۹- حاصل عبارت را به کمک اتحاد به دست آورید.

« پاسخ »

$$(a - 7)^2 = a^2 - 14a + 49$$

نوشتن صحیح هر قسمت از اتحاد ۰/۲۵ نمره

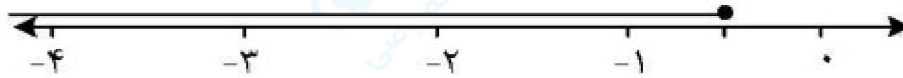
۱۰- مجموعه نامعادله‌ی زیر را روی محور نشان دهید.

$$\frac{7x}{6} \leq \frac{x+1}{3} + \frac{x-1}{2}$$



« پاسخ »

$$7x \leq 2x + 2 + 3x - 3 \Rightarrow 2x \leq -1 \Rightarrow x \leq -\frac{1}{2}$$



۱۱- با استفاده از اتحاد جای خالی را کامل کنید.

$$\left(\dots + \sqrt{7} \right) \left(\dots - \sqrt{7} \right) = \frac{1}{4} x^2 - \dots$$

« پاسخ »

$$\left(\frac{1}{2}x + \sqrt{7} \right) \left(\frac{1}{2}x - \sqrt{7} \right) = \frac{1}{4}x^2 - 7$$

$$(2x + 3)(2x - 4) =$$

۱۲- حاصل عبارت مقابل را با استفاده از اتحاد به دست آورید.

« پاسخ »

$$4x^2 - 2x - 12$$

۱۳- عبارت‌های جبری زیر را ساده کنید.

الف) $[(x^2 \div y^2) \div y^4] \times \frac{y^4}{x}$

« پاسخ »

الف) $x^2 \div y^2 = \frac{x^2}{y^2} \Rightarrow \left[\frac{x^2}{y^2} \div y^4 \right] = \left[\frac{x^2}{y^2} \times \frac{1}{y^4} \right] = \frac{x^2}{y^6}$

عبارت اصلی $= \frac{x^2}{y^6} \times \frac{y^4}{x} = \frac{x}{y^2}$

ب) $(-2x^3y)^2 = (-2)^2 \times (x^3)^2 \times (y)^2 = 4 \times x^6 \times y^2 = 4x^6y^2$

$a^2 + 8a + 16 =$

۱۴- عبارت زیر را به کمک اتحاد، تجزیه کنید. (۰/۵)

« پاسخ »

$(a + 4)^2$

۱۵- عبارت‌های زیر را تجزیه کنید. (۱)

$4a^2 - 25 =$

$x^2 + 7x + 12 =$

« پاسخ »

$4a^2 - 25 = (2a + 5)(2a - 5)$

$x^2 + 7x + 12 = (x + 3)(x + 4)$

$3(x + 1) \geq 2x + 5$

۱۶- نامعادله مقابل را حل کنید. (۱)

« پاسخ »

$3x + 3 \geq 2x + 5 \Rightarrow 3x - 2x \geq 5 - 3 \Rightarrow x \geq 2$

۱۷- در جاهای خالی نمادهای < یا > بنویسید.

(۱) اگر $m - n = ۱$ در این صورت $m \square n$

(۲) اگر $a - b = -۳$ در این صورت $a \square b$

(۳) اگر $u = ۵ + ۲V$ در این صورت $u \square V$

(۴) اگر $۳(x - ۱) = ۳y - ۵$ در این صورت $x \square y$

« پاسخ »

۱) $m - n = ۱ \Rightarrow m = ۱ + n = m \square n$

۲) $a - b = -۳ \Rightarrow a = b - ۳ \Rightarrow a \square b$

۳) $u = ۵ + ۲V \Rightarrow u \square V$

۴) $۳(x - ۱) = ۳y - ۵ \Rightarrow ۳x - ۳ = ۳y - ۵$

$$۳x = ۳y - ۵ + ۳$$

$$\frac{۳x}{۳} = \frac{۳y - ۲}{۳} \Rightarrow x = y - \frac{۲}{۳} \Rightarrow x \square y$$

۱۸- در جدول زیر مقادیر داده شده را به جای X قرار دهید آیا در هر حالت نابرابری برقرار است؟

نامعادله	$x = -۲$	$x = -۱$	$x = ۱$	$x = ۲$	$x = ۴$
$۳x + ۲ > ۳$					
$۲x - ۱ > ۲$					
$-۳x + ۱ \leq ۴$					
$۵x - ۲ < -۲$					

« پاسخ »

نامعادله	$x = -۲$	$x = -۱$	$x = ۱$	$x = ۲$	$x = ۴$
$۳x + ۲ > ۳$	$۳[-۲] + ۲ > ۳$ $-۴ > ۳$ x	$۳[-۱] + ۲ > ۳$ $-۱ > ۳$ x	$۳(۱) + ۲ > ۳$ $۵ > ۳$ ✓	$۳(۲) + ۲ > ۳$ $۸ > ۳$ ✓	$۳(۴) + ۲ > ۳$ $۱۴ > ۳$ ✓
$۲x - ۱ > ۲$	$۲[-۲] - ۱ > ۲$ $-۵ > ۲$ x	$۲[-۱] - ۱ > ۲$ $-۳ > ۲$ x	$۲(۱) - ۱ > ۲$ $۱ > ۲$ x	$۲(۲) - ۱ > ۲$ $۳ > ۲$ ✓	$۲(۴) - ۱ > ۲$ $۷ > ۲$ ✓
$-۳x + ۱ \leq ۴$	$-۳[-۲] + ۱ \leq ۴$ $۷ \leq ۴$ x	$-۳(-۱) + ۱ \leq ۴$ $۴ \leq ۴$ ✓	$-۳(۱) + ۱ \leq ۴$ $-۲ \leq ۴$ ✓	$-۳(۲) + ۱ \leq ۴$ $-۵ \leq ۴$ ✓	$-۳(۴) + ۱ \leq ۴$ $-۱۱ \leq ۴$ ✓
$۵x - ۲ < -۲$	$۵(-۲) - ۲ < -۲$ $-۱۲ < -۲$ ✓	$۵(-۱) - ۲ < -۲$ $-۷ < -۲$ ✓	$۵(۱) - ۲ < -۲$ $۳ < -۲$ x	$۵(۲) - ۲ < -۲$ $۸ < -۲$ x	$۵(۴) - ۲ < -۲$ $۱۸ < -۲$ x

۱۹- به دو طرف نابرابری‌های زیر، عددهای مشخص شده را اضافه کنید. آیا نابرابری باز هم برقرار است؟

$$۱) -۵ < ۲ \xrightarrow{+(-۱)}$$

$$۲) -۵ < ۲ \xrightarrow{+۴}$$

$$۳) -۳ < -۱ \xrightarrow{+۵}$$

« پاسخ »

$$۱) -۵ < ۲ \xrightarrow{+(-۱)} -۵ + (-۱) < ۲ + (-۱) \rightarrow -۶ < ۱ \checkmark$$

$$۲) -۵ < ۲ \xrightarrow{+۴} -۵ + ۴ < ۲ + ۴ \rightarrow -۱ < ۶ \checkmark$$

$$۳) -۳ < -۱ \xrightarrow{+۵} -۳ + ۵ < -۱ + ۵ \rightarrow ۲ < ۴ \checkmark$$

بله نابرابری برقرار است.

۲۰- حاصل عبارتهای مقابل را با استفاده از اتحادها به دست آورید. (۱/۲۵)

الف) $(x - ۵y)(x + ۵y) =$

ب) $(۲x + y)^۲ =$

« پاسخ »

الف) $(x - ۵y)(x + ۵y) = x^۲ - ۲۵y^۲$

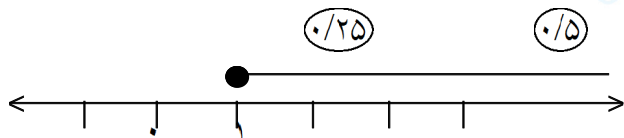
ب) $(۲x + y)^۲ = ۴x^۲ + ۴xy + y^۲$

۲۱- نامعادله زیر را حل کنید و مجموعه جواب را روی محور اعداد مشخص کنید.

$$\frac{۵x-۱}{۳} \geq ۱ + \frac{x}{۳}$$

« پاسخ »

$$\frac{۵x-۱}{۳} \geq ۱ + \frac{x}{۳} \Rightarrow ۵x-۱ \geq ۳ + x \Rightarrow ۴x \geq ۴ \Rightarrow x \geq ۱$$



رسم نمودار (۰/۷۵)

۲۲- مجموعه جواب‌های هر نامعادله را پیدا کنید و روی محور نمایش دهید.

$$۱) 4x - 3 > 2x - 7$$

$$۲) x - 5 > 3x + 11$$

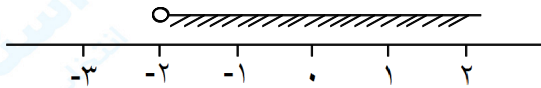
« پاسخ »

$$۱) 4x - 3 > 2x - 7$$

$$4x - 2x > -7 + 3$$

$$2x > -4$$

$$x > \frac{-4}{2} = -2$$

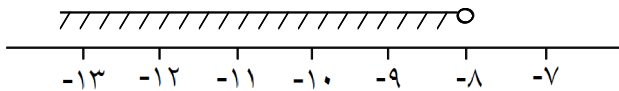


$$۲) x - 5 > 3x + 11$$

$$x - 3x > 11 + 5$$

$$-2x > 16$$

$$x < \frac{16}{-2} = -8$$



۲۳- مجموعه جواب هر نامعادله را پیدا کنید.

$$۱) 2 + \frac{x-2}{3} < \frac{x}{2} - 1$$

$$۲) \frac{2x+4}{5} \geq \frac{2x-2}{3}$$

« پاسخ »

$$۱) \frac{2 \times 6}{1 \times 6} + \frac{(x-2)2}{3 \times 2} < \frac{x \times 3}{2 \times 3} - \frac{1 \times 6}{1 \times 6}$$

$$12 + 2x - 4 < 3x - 6$$

$$8 + 2x < 3x - 6$$

$$2x - 3x < -6 - 8$$

$$-x < -14$$

$$x > 14$$

$$۲) \frac{(2x+4) \times 3}{5 \times 3} \geq \frac{(2x-2)5}{3 \times 5}$$

$$6x + 12 \geq 10x - 10$$

$$6x - 10x \geq -10 - 12$$

$$-4x \geq -22$$

$$x \leq \frac{-22}{-4} = +\frac{11}{2}$$

۲۴- هر عبارت کلامی را به صورت یک نامعادله بنویسید.

- ۱) اگر سن یک نفر را ۳ برابر کنیم حداقل ۸ سال از ۲ برابر سنش بیش تر می شود.
 ۲) مجموع ثلث عدد a و خمس عدد b ، حداکثر ۸ واحد است.
 ۳) اختلاف نصف عدد a و سه برابر عدد b ، حداقل -4 است.

« پاسخ »

۱) $x \text{ سن} \Rightarrow 3x \geq 2x + 8$

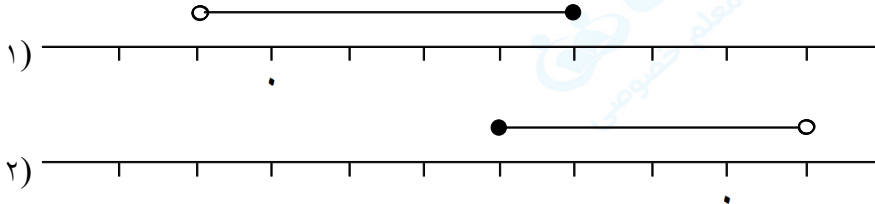
۲) $\frac{1}{3} + \frac{1}{5} b \leq 8$

۳) $\frac{1}{2} a - 3b \geq -4$

حداقل یعنی کمترین می تواند بیش تر هم باشد پس

حداکثر یعنی بیشترین و می تواند کم تر هم باشد پس

۲۵- متناظر با هریک از ناحیه های مشخص شده روی محور یک نابرابر بنویسید.



« پاسخ »

۱) $-1 < x \leq 4$

۲) $-3 \leq x < 1$

۲۶- عبارت های زیر را تجزیه کرده و سپس ساده کنید.

۱) $\frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 1} =$

۲) $\frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 16} =$

۱) $\frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 1} = \frac{(x-2)(x+1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{x-2}{x-1}$

۲) $\frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 16} = \frac{(x-4)(x-1)}{(x-4)(x+4)} = \frac{x-1}{x+4}$

« پاسخ »

۲۷- عبارتهای زیر را تجزیه کنید و ساده کنید.

$$۱) \frac{x^2 - ۸۱}{x^2 - ۱۱x + ۱۸} =$$

$$۲) x^2 + ۸x + ۱۵ =$$

« پاسخ »

$$۱) \frac{x^2 - ۸۱}{x^2 - ۱۱x + ۱۸} = \frac{(x-9)(x+9)}{(x-2)(x-9)} = \frac{x+9}{x-2}$$

$$۲) x^2 + ۸x + ۱۵ = (x+3)(x+5)$$

۲۸- اگر $a + b = ۵$ و $a^2 + b^2 = ۱۷$ باشد حاصل ab و $(a - b)^2$ را به دست آورید. (راهنمایی: طرفین عبارت $a + b = ۵$ را به توان ۲ برسانید).

« پاسخ »

$$a + b = ۵ \xrightarrow{\text{به توان ۲}} (a + b)^2 = ۵^2 \Rightarrow \underline{a^2} + ۲ab + \underline{b^2} = ۲۵ \xrightarrow{a^2 + b^2 = ۱۷}$$

$$۱۷ + ۲ab = ۲۵ \Rightarrow ۲ab = ۲۵ - ۱۷ = ۸ \Rightarrow ab = \frac{۸}{۲} = ۴$$

$$(a - b)^2 = \underline{a^2} - ۲ab + \underline{b^2} = ۱۷ - ۲(\hat{۴}) = ۹$$

$$\begin{matrix} \uparrow \\ a^2 + b^2 = ۱۷ \\ ab = ۴ \end{matrix}$$

۲۹- با فاکتورگیری تجزیه کنید.

$$۱) ۳۶a^2b^3 - ۴۵ab^2 + ۵۴a^3b =$$

$$۲) ۲\sqrt{۳}a^2b + ۳\sqrt{۳}ab^2 - \sqrt{۳}ab =$$

« پاسخ »

$$۳۶ = ۳^۲ \times ۲^۲ \quad ۴۵ = ۳^۲ \times ۵ \quad ۵۴ = ۳^۳ \times ۲$$

$$(\text{م.م.ب}) = ۳^۲ = ۹ab$$

$$۱) ۳۶a^2b^3 - ۴۵ab^2 + ۵۴a^3b = ۹ab(۴ab^2 - ۵b + ۶a^2)$$

$$(\text{م.م.ب}) = \sqrt{۳}ab$$

$$۲) ۲\sqrt{۳}a^2b + ۳\sqrt{۳}ab^2 - \sqrt{۳}ab = \sqrt{۳}ab(۲a + ۳b - ۱)$$

۳۰- حاصل را به کمک اتحادها به دست آورید.

$$۱) \left(\sqrt{x^3} - \frac{1}{5}y^2 \right)^2 =$$

$$۲) \left(۲\sqrt{۲}a + ۳\sqrt{۲}b \right)^2 =$$

$$۳) \left(۲^۴ - ۲^۲ \right)^2 =$$

« پاسخ »

$$۱) \left(\sqrt{x^3} - \frac{1}{5}y^2 \right)^2 = \left(\sqrt{x^3} \right)^2 - ۲\left(\sqrt{x^3} \right)\left(\frac{1}{5}y^2 \right) + \left(-\frac{1}{5}y^2 \right)^2 = ۴x^۳ - \frac{۴}{5}x^{\frac{3}{2}}y^2 + \frac{1}{۲۵}y^4$$

$$۲) \left(۲\sqrt{۲}a + ۳\sqrt{۲}b \right)^2 = \left(۲\sqrt{۲}a \right)^2 + ۲\left(۲\sqrt{۲}a \right)\left(۳\sqrt{۲}b \right) + \left(۳\sqrt{۲}b \right)^2 \\ = ۸a^2 + ۲۴ab + ۱۸b^2$$

$$۳) \left(۲^۴ - ۲^۲ \right)^2 = \left(۲^۴ \right)^2 - ۲\left(۲^۴ \right)\left(۲^۲ \right) + \left(۲^۲ \right)^2 = ۲^۸ - ۲^۷ + ۲^۴ = ۲۵۶ - ۱۲۸ + ۱۶ = ۱۴۴$$

۳۱- حاصل را به کمک اتحادها به دست آورید.

$$۱) \left(۳a + ۵b \right)^2 =$$

$$۲) \left(\frac{1}{۲}x - \frac{1}{۳}y \right)^2 =$$

« پاسخ »

$$۱) \left(۳a + ۵b \right)^2 = \left(۳a \right)^2 + ۲\left(۳a \right)\left(۵b \right) + \left(۵b \right)^2 = ۹a^2 + ۳۰ab + ۲۵b^2$$

$$۲) \left(\frac{1}{۲}x - \frac{1}{۳}y \right)^2 = \left(\frac{1}{۲}x \right)^2 - ۲\left(\frac{1}{۲}x \right)\left(\frac{1}{۳}y \right) + \left(-\frac{1}{۳}y \right)^2 = \frac{1}{۴}x^2 - \frac{1}{۳}xy + \frac{1}{۹}y^2$$

۳۲- مقدار ۹۹۸×۱۰۰۲ را با استفاده از اتحاد مزدوج، به دست آورید.

« پاسخ »

$$۹۹۸ \times ۱۰۰۲ = (۱۰۰۰ - ۲)(۱۰۰۰ + ۲) = ۱۰۰۰^2 - ۲^2 = ۱۰۰۰۰۰۰ - ۴ = ۹۹۹۹۹۶$$

۳۳- جدول زیر را کامل کنید.

جمله	ضریب عددی	درجه به X	درجه به y	درجه نسبت به Z	درجه نسبت به همه متغیرها
$-\frac{3}{5}x^5y^2z^4$					
$\frac{x^2xz^3}{v}$					
$\sqrt{v}xy^4$					
$-y^3z^2$					

« پاسخ »

جمله	ضریب عددی	درجه به X	درجه به y	درجه نسبت به Z	درجه نسبت به همه متغیرها
$-\frac{3}{5}x^5y^2z^4$	$-\frac{3}{5}$	۵	۲	۴	$5 + 2 + 4 = 11$
$x^2xz^3 = x^3$	$\frac{1}{v}$	۲	۱	۳	$3 + 3 = 6$
$\sqrt{v}xy^4$	\sqrt{v}	۱	۴	۰	$1 + 4 = 5$
$-y^3z^2$	-۱	۰	۳	۲	$3 + 2 = 5$

۳۴- حاصل $6xy \times 2y^2 \times \frac{1}{3}x^2y$ را به ساده‌ترین صورت، خلاصه کنید.

« پاسخ »

$$6xy \times 2y^2 \times \frac{1}{3}x^2y = \left(6 \times 2 \times \frac{1}{3}\right) x^{1+2} y^{1+2+1} = 4x^3y^4$$

۳۵- عبارت زیر را تجزیه کنید.

$$(x^2 + 4x + 2)^2 - 4$$

« پاسخ »

$$\begin{aligned} (x^2 + 4x + 2)^2 - 4 &= (x^2 + 4x + 2 - 2)(x^2 + 4x + 2 + 2) \\ &= (x^2 + 4x)(x^2 + 4x + 4) = x(x+4)(x+2)^2 \end{aligned}$$

۳۶- حاصل عبارت زیر را به کمک اتحادها به دست آورید.

$$(5 + vb)(5 - vb)$$

« پاسخ »

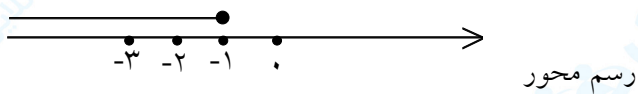
$$(5 + vb)(5 - vb) = 5^2 - (vb)^2 = 25 - 49b^2$$

۳۷- نامعادله‌ی زیر را حل کنید و جواب را روی محور اعداد نمایش دهید.

$$\frac{3x - 2}{5} \leq \frac{x - 2}{3}$$

« پاسخ »

$$9x - 6 \leq 5x - 10 \Rightarrow 9x - 5x \leq -10 + 6 \Rightarrow 4x \leq -4 \Rightarrow x \leq -1$$



۳۸- مخرج کسر $\frac{1}{\sqrt{2} - \sqrt{3}}$ را گویا کنید.

« پاسخ »

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{2} - \sqrt{3}} &\times \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2 - 3} \times \frac{2 + \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} \\ &= \frac{(\sqrt{2} + \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})}{4 - 3} = (\sqrt{2} + \sqrt{3})(2 + \sqrt{3}) \end{aligned}$$

۳۹- مخرج کسر $\frac{x^2 - 1}{1 + \sqrt{x}}$ را گویا نموده، سپس کسر را ساده کنید.

« پاسخ »

$$\frac{x^2 - 1}{1 + \sqrt{x}} \times \frac{1 - \sqrt{x}}{1 - \sqrt{x}} = \frac{(x - 1)(x + 1)(1 - \sqrt{x})}{1 - x} = -(x + 1)(1 - \sqrt{x}) = (x + 1)(\sqrt{x} - 1)$$

۴۰- درجه‌ی یک جمله‌ای‌های زیر را بر حسب متغیر خواسته شده بنویسید.

(۱) $(\text{بر حسب } x) -7x^2y^5z$ (۲) $(\text{بر حسب } x \text{ و } z) \sqrt{5x^6y^3z^2}$

(۳) $(\text{بر حسب تمام متغیرها}) -\frac{2}{\sqrt[3]{x^5y^4x^3}}$

« پاسخ »

(۱) درجه‌ی یک جمله‌ای بر حسب یک متغیر برابر است با توان آن متغیر، پس درجه‌ی $-7x^2y^5z$ بر حسب x برابر است با: ۲

(۲) درجه‌ی یک جمله‌ای بر حسب چند متغیر برابر است با مجموع توان‌های آن چند متغیر. بنابراین درجه‌ی

$\sqrt{5x^6y^3z^2}$ بر حسب x و z برابر است با $6 + 2 = 8$

(۳) درجه‌ی یک جمله‌ای نسبت به متغیرها برابر است با مجموع توان‌های متغیرهای آن یک جمله‌ای بنابراین پاسخ قسمت ۳ برابر است با: $5 + 4 + 3 = 12$

۴۱- درجه‌ی چند جمله‌ای‌های زیر را نسبت به متغیرهایش معین کنید.

(الف) $5xy^2 - \frac{11}{6}x^3y + yz$

(ب) $6ab^2c + \sqrt{2}a^3b^2c - \frac{3}{5}(a^2bc)^2$

« پاسخ »

برای تعیین کردن درجه‌ی یک چند جمله‌ای نسبت به متغیرها ابتدا درجه‌ی هر جمله را معین می‌کنیم و سپس بزرگ‌ترین آن‌ها را انتخاب می‌کنیم.

(الف) $\begin{array}{|c|c|c|} \hline 5xy^2 & -\frac{11}{6}x^3y & yz \\ \hline 1+2 & 3+1 & 1+1 \\ \hline \end{array} \rightarrow \text{درجه} = 4$

(ب) $\begin{array}{|c|c|c|} \hline 6ab^2c & +\sqrt{2}a^3b^2c & -\frac{3}{5}a^4b^2c^2 \\ \hline 1+2+1 & 3+2+1 & 4+2+2 \\ \hline \end{array} \rightarrow \text{درجه} = 8$

۴۲- حاصل را به کمک اتحادها بدست آورید.

الف) $1001^3 = ?$

ب) $255^2 - 245^2 = ?$

ج) $97 \times 103 = ?$

« پاسخ »

الف) $1001^3 = (1000 + 1)^3 = 1000^3 + 3 \times 1000^2 + 3 \times 1000 + 1 = 1003003001$

ب) $255^2 - 245^2 = (255 + 245)(255 - 245) = 500 \times 10 = 5000$

ج) $97 \times 103 = (100 - 3)(100 + 3) = 100^2 - 3^2 = 10000 - 9 = 9991$

۴۳- نامعادله $\frac{5x+7}{4} + \frac{3x+5}{8} > \frac{9x+4}{5}$ را حل کنید.

« پاسخ »

دو طرف نامعادله را در ک.م.م.م. مخارجها یعنی عدد ۴۰ ضرب می‌کنیم:

$$40 \times \left(\frac{5x+7}{4} + \frac{3x+5}{8} > \frac{9x+4}{5} \right) \Rightarrow 10(5x+7) + 5(3x+5) > 8(9x+4)$$

$$\Rightarrow 50x + 70 + 15x + 25 > 72x + 32 \Rightarrow 65x - 72x > 32 - 95$$

$$\Rightarrow -7x > -63 \Rightarrow \frac{-7x}{-7} < \frac{-63}{-7} \Rightarrow x < 9$$

۴۴- نامعادله $8 - x \leq -v \left(x + \frac{1}{v} \right) - 2x$ را حل کنید.

« پاسخ »

$$8 - x \leq -v \left(x + \frac{1}{v} \right) - 2x \Rightarrow 8 - x \leq -vx - 1 - 2x$$

$$\Rightarrow 8 - x \leq -9x - 1 \Rightarrow -x + 9x \leq -1 - 8 \Rightarrow 8x \leq -9 \Rightarrow x \leq \frac{-9}{8}$$

۴۵- مجموعه جواب نامعادله $3x + 3 < 5(x + 1) - 2$ را به دست آورید.

« پاسخ »

$$3x + 3 < 5(x + 1) - 2 \Rightarrow 3x + 3 < 5x + 5 - 2$$

$$\Rightarrow 3x - 5x < 3 - 3 \Rightarrow -2x < 0 \Rightarrow \frac{-2x}{-2} > \frac{0}{-2} \Rightarrow x > 0$$

$$\text{مجموعه جواب} = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$$

$$\frac{15x + 6}{x^2 + x - 2} = \frac{A}{x - 1} + \frac{B}{x + 2}$$

۴۶- به ازای چه مقدار از A و B رابطه‌ی مقابل یک اتحاد است؟

« پاسخ »

$$\frac{15x + 6}{x^2 + x - 2} = \frac{A(x + 2) + B(x - 1)}{(x - 1)(x + 2)} = \frac{Ax + 2A + Bx - B}{x^2 + x - 2} = \frac{(A + B)x + 2A - B}{x^2 + x - 2}$$

$$\Rightarrow 15x + 6 = (A + B)x + 2A - B \Rightarrow \begin{cases} A + B = 15 \\ 2A - B = 6 \end{cases} \Rightarrow 3A = 21 \Rightarrow A = 7$$

$$A + B = 15 \Rightarrow B = 15 - 7 \Rightarrow B = 8$$

$$A = \frac{x}{x^3 - 5x^2 + 6x}$$

۴۷- دامنه تعریف عبارت مقابل را به دست آورید.

« پاسخ »

$$x^3 - 5x^2 + 6x = 0 \Rightarrow x(x^2 - 5x + 6) = 0 \Rightarrow x(x - 2)(x - 3) = 0$$

$$\Rightarrow x = 0 \text{ یا } x = 2 \text{ یا } x = 3$$

$$\Rightarrow D_A = \mathbb{R} - \{0, 2, 3\}$$

ریشه‌های مخرج کسر را از مجموعه‌ی اعداد حقیقی حذف می‌کنیم:

۴۸- حاصل عبارت $\frac{a^2 - b^2 - c^2 - 2bc}{a^2 + b^2 - c^2 + 2ba} \div \frac{-a + b + c}{a + b - c}$ چیست؟

« پاسخ »

$$\begin{aligned} \frac{a^2 - b^2 - c^2 - 2bc}{a^2 + b^2 - c^2 + 2ba} \div \frac{-a + b + c}{a + b - c} &= \frac{a^2 - (b^2 + c^2 + 2bc)}{(a^2 + b^2 + 2ba) - c^2} \times \frac{a + b - c}{-a + b + c} \\ &= \frac{a^2 - (b + c)^2}{(a + b)^2 - c^2} \times \frac{a + b - c}{-a + b + c} = \frac{(a + b + c)(a - b - c)}{(a + b + c)(a + b - c)} \times \frac{a + b - c}{-a + b + c} = -1 \end{aligned}$$

۴۹- تجزیه کنید:

الف) $3x^2 - x - 2$

ب) $-9x^2 + 13x + 10$

« پاسخ »

الف) $A = 3x^2 - x - 2$

$3A = (3x)^2 - (3x) - 6$

$3A = (3x - 3)(3x + 2)$

$3A = 3(x - 1)(3x + 2)$

$A = (x - 1)(3x + 2)$

ب) $B = -9x^2 + 13x + 10$

$-9B = (9x)^2 - 13(9x) - 90$

$-9B = (9x - 18)(9x + 5)$

$-9B = -9(-x + 2)(9x + 5)$

$B = (2 - x)(9x + 5)$

۵۰- عبارت‌های زیر را به عوامل اول تجزیه کنید:

الف) $z^3x - zx^3$

ب) $12y - 2y^2 - 18$

« پاسخ »

الف) $z^3x - zx^3 = zx(z^2 - x^2)$ فاکتورگیری

$= zx(z + x)(z - x)$ اتحاد مزدوج

ب) $12y - 2y^2 - 18 = -2(-6y + y^2 + 9)$ فاکتورگیری

$= -2(y - 3)^2$ اتحاد مربع ۲ جمله ای

۵۱- تجزیه کنید:

الف) $1 - 64a^6$

ب) $4(m - n)^3 - (m - n)$

« پاسخ »

الف) $1 - 64a^6 = (1 - 8a^3)(1 + 8a^3) = (1 - 2a)(1 + 2a + 4a^2)(1 + 2a)(1 - 2a + 4a^2)$

ب) $4(m - n)^3 - (m - n) = (m - n)[4(m - n)^2 - 1]$

$= (m - n)[2(m - n) + 1][2(m - n) - 1]$

$= (m - n)(2m - 2n + 1)(2m - 2n - 1)$

۵۲- حاصل عملیات زیر را به کمک اتحادها سریع تر به دست آورید:

الف) $(100.5)^2$ ب) $\sqrt{313^2 - 312^2}$

« پاسخ »

$$\text{الف) } (100.5)^2 = (100 + 0.5)^2 = 100^2 + 2 \times 100 \times 0.5 + 0.5^2$$

$$= 10000 + 100 + 0.25 = 10100.25$$

$$\text{ب) } \sqrt{313^2 - 312^2} = \sqrt{(313 + 312)(313 - 312)} = \sqrt{625} = 25$$

$$(\dots - \dots)^2 = 16x^2 + 25y^2 - \dots$$

۵۳- در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید.

« پاسخ »

$$(4x - 5y)^2 = 16x^2 + 25y^2 - 40xy$$

$$(2x - \dots)^2 = \dots - 12x + \dots$$

۵۴- در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید.

« پاسخ »

$$(2x - 3)^2 = 4x^2 - 12x + 9$$

$$(\dots + 1)^2 = x^2 + 1 + \dots$$

۵۵- در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید.

« پاسخ »

$$(x + 1)^2 = x^2 + 1 + 2x$$

$$102^2 - 98^2$$

۵۶- حاصل عبارت را با استفاده از اتحادها، بدست آورید.

« پاسخ »

$$102^2 - 98^2 = (102 + 98)(102 - 98) = 200 \times 4 = 800$$

$$(-5m)^2(-2m)^3 - \left(\frac{1}{2}m\right)^2(2m)^3$$

۵۷- عبارت زیر را ساده کنید:

« پاسخ »

$$\begin{aligned} (-5m)^2(-2m)^3 - \left(\frac{1}{2}m\right)^2(2m)^3 &= +5^2 m^2 \times (-2^3 m^3) - \left(\frac{1}{4}m^2\right)(2^3 m^3) \\ &= 25 \times (-8) \cdot m^{2+3} - \left(\frac{1}{4} \times 8\right) m^{2+3} = -200m^5 - 2m^5 = -202m^5 \end{aligned}$$

$$3 - 6x + \frac{7}{2}x^3$$

۵۸- عبارت مقابل را به صورت چندجمله‌ای استاندارد بنویسید و درجه‌ی آن را تعیین کنید.

« پاسخ »

$$\text{درجه } 3 = \frac{7}{2}x^3 - 6x + 3 \rightarrow \text{استاندارد}$$

۵۹- عبارت زیر را ساده کنید و سپس درجه‌ی آن را نسبت به هر یک از متغیرهایش مشخص کنید.

$$4xy + 2y - 3xy + 3y$$

« پاسخ »

$$4xy + 2y - 3xy + 3y = (4 - 3)xy + (2 + 3)y = xy + 5y$$

درجه نسبت به $x = 1$

درجه نسبت به $y = 1$

برای بدست آوردن درجه نسبت به متغیرها باید در هر جمله توان‌ها را با هم جمع کنیم و سپس بزرگترین درجه جملات را انتخاب کنیم بنابراین درجه نسبت به متغیرها $2 = 1 + 1$

$$(2x^2y)(3x^2y^3) + (xy)^4$$

۶۰- عبارت زیر را ساده کنید:

« پاسخ »

$$\begin{aligned} (2x^2y)(3x^2y^3) + (xy)^4 &= (2 \times 3)x^{2+2} \cdot y^{1+3} + x^4y^4 = 6x^4y^4 + x^4y^4 \\ &= (6 + 1)x^4y^4 = 7x^4y^4 \end{aligned}$$